Conférence faite à Laval, devant les étudiants de l'ESTACA
Le 22 Février 2024

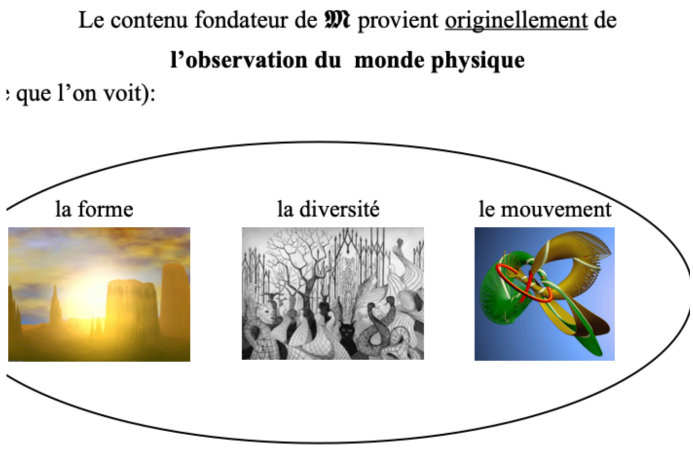
Introduction

Bonjour à vous tous. Permettez-moi tout d'abord de remercier vos professeurs Aziz Elkaabouchi, Laurent Pluchart, et votre Ecole l'ESTACA, pour m'avoir invité à faire cette conférence.

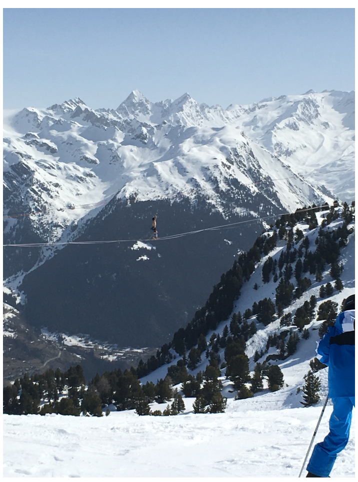
Trois thèmes feront l'objet de mes propos. Le premier évoquera la notion de vérité, délicatement présente, en arrière-plan de tout le contenu de l'exposé. Le second thème, également court, portera sur la signification de deux expressions ou symboles mathématiques. Le troisième, bien sûr, évoquera quelques aspects des relations entre mathématiques et art.

Première partie

Ce n'est un secret pour personne, l'objet des mathématiques est l'étude et la *représentation* des formes, en relation, à travers leur *diversité,* avec l'examen des propriétés des *nombres* et de leurs modes de création, afin de *représenter* et de *prévoir* les résultats des *mouvements*.



Ces trois types d'activités intellectuelles, comme d'ailleurs toutes les autres, ont évidemment pour finalité de mieux assurer notre stabilité locale, dans l'espace et à travers le temps, en un mot notre stabilité spatio-temporelle [1], parfois très fragile comme l'illustre cette photographie:



Les conditions de réussite de ce programme de stabilisation sont bien connues mais parfois difficiles à mettre en œuvre, entre autres de par les défauts possibles de nos caractères et de nos jugements. Ces jugements sont établis à partir de connaissances: si le contenu de ces connaissances est insuffisant ou inexact, nos jugements peuvent être plus ou moins erronés, et les comportements, les actions et les actes déduits de ces jugements peuvent avoir des conséquences très néfastes sur notre stabilité, locale ou à plus long terme.

Il importe donc, pour chacun d'entre nous, d'acquérir des connaissances, à la fois les plus vastes possibles et les plus fiables possibles, ce qu'on peut résumer en un mot, rechercher la vérité ou plutôt les vérités autour de nous, toutes les vérités, qu'elles se rapportent aux caractéristiques multiples de l'état présent, à leurs données évolutives qu'elles relèvent par exemple des mondes intellectuel, physique, sociétal et donc politique, puis faire connaître ces vérités, les expliquer, les faire comprendre, les faire admettre, les faire accepter, tout en préservant notre esprit critique, c'est-à-dire la possibilité de nuancer voire de remettre en question ces vérités, qui parfois, relèvent, à travers l'énoncé de principes, de l'univers physique ou de présupposés religieux. Il n'y a jamais que des vérités plus ou moins vraies.

Toutes ces vérités, tous ces principes, toutes ces affirmations générales, toutes ces prescriptions sont en général le fruit de nos observations faites au cours de temps longs, et dépendent bien sûr de la qualité, des potentialités de nos outils d'observations et d'analyse, naturels ou créés par nous. Croire ces données comme absolues est évidemment pour le moins imprudent dans la mesure où, par expérience, au cours du temps, elles se révèlent parfois assez éloignées de la réalité, et même parfois carrément fausses. Il est malheureux pour l'humanité que certaines de ces pseudo-vérités engendrent jusqu'à des comportements fanatiques, dénués d'humanité. Il est nécessaire de les combattre à tous niveaux.

Dans notre cadre scientifique et plus généralement humaniste, il vaut la peine de lire les publications de l'AFIS, l'Association Française pour l'Information Scientifique. On lit sur cette annonce les buts honorables pour lesquels elle œuvre.

Association française pour l'information scientifique(AFIS)

Présentation de la société :

L'Association française pour l'information scientifique (AFIS, créée en 1968) a pour but de:

promouvoir la science
contre ceux qui la détournent à des fins lucratives ou idéologiques,
ou usent de son nom pour couvrir des entreprises charlatanesques.

Elle apporte un éclairage sur des sujets de société qui sont traités de manière pseudo-scientifique
et *font l'objet de désinformation ou polémiques,* notamment autour de la santé, des nouvelles technologies et de l'environnement.

L'AFIS est indépendante de tout groupe de pression et s'interdit toute concession au sensationnalisme, et toute complaisance envers l'irrationnel.

Publications périodiques

www.pseudo-sciences.org

Deuxième partie

C'est dans cet esprit de recherche de vérités, de compréhension et de communication que je me propose de partager avec vous la manière dont j'ai compris la signification de deux expressions mathématiques courantes.

2.1 La première expression, au caractère universel, est celle qu'emploient les mécaniciens et plus généralement les physiciens pour étudier et décrire l'évolution des objets du monde physique. Elle apparaît de manière standard et abrégée sous cette formule :

$$V + T = H$$

En mécanique classique, V désigne l'énergie potentielle, T l'énergie cinétique, H est appelé le hamiltonien. H se présente sous la forme d'équations différentielles du premier ordre dont les mathématiciens ont une très bonne maîtrise.

Je voudrais ici souligner l'étendue de signification de l'expression $V + T = H$. Elle ne concerne pas seulement les objets du monde physique. En fait tout objet de la nature, dans son moi, possède en chaque instant un ensemble imposant de qualités et de propriétés qui lui sont propres, ensemble constituant une forme de génotype généralisé de l'individu. Ces données internes, réduites à la masse et à la vitesse dans le monde physique élémentaire, sont à vocation immédiate ou plus lointaine; elles participent complètement de l'évolution de l'objet. C'est là la signification sémantique du symbole représentatif T.

Mais cet objet, vous, moi, notre société, est plongé dans un environnement qu'on peut qualifier d'épigénétique, sur lequel nous avons en général peu de prise, et qui nous impose ses règles et contraintes de présence, de développement et d'action. La lettre V les symbolise.

Que le futur de notre état soit le résultat de l'influence conjuguée de ce que nous sommes en ce moment et des effets sur nous-même de notre environnement est d'une évidence triviale, que symbolise, représente donc l'expression $H = T + V$.

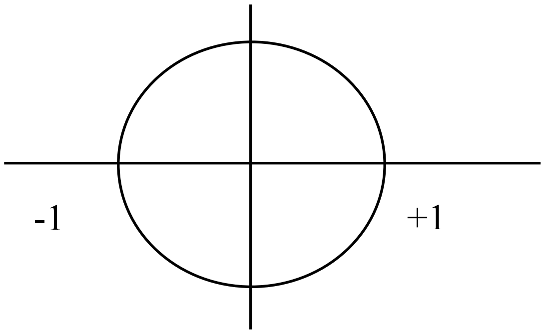
C'est sur cet éclairage du sens général de la relation hamiltonienne que repose ce point de vue sur l'évolution exprimé par ces mots: « la chimie puis la biochimie puis la biologie et plus généralement l'organique sont conçus comme des déploiements des propriétés et des modes de fonctionnement du monde physique, de ses potentialités parfois difficilement visibles et/ou non totalement exprimées. »

2.2 Ces évolutions s'accompagnent de transformations locales à des niveaux d'échelle qui peuvent être très différents, qu'ils soient internes et infiniment petits dans les milieux moléculaires jusqu'au niveau macroscopique le plus impressionnant au sein de l'univers. Elles sont de deux types déjà reconnus par Platon et qui peuvent se composer, opérer simultanément. Un théorème général de Liouville, grand mathématicien du 19ème siècle, énonce que, quelle que soit la dimension de l'espace dans lequel on se situe, toute transformation locale est composée de translations et de rotations. Je présume que les pilotes d'avion ont cet énoncé chevillé dans leur corps.

D'où l'intérêt pour le créateur de modèles, pour l'ingénieur, notamment du monde aéronautique, de faire appel dans leurs représentations numériques à des nombres qui intègrent ces deux propriétés.

Plus généralement, alors que les objets du monde réel bougent sous l'effet de forces ayant des effets de translation et de rotation, il est naturel de les représenter à l'aide de fonctions dont les variables sont des nombres associés à ces doubles mouvements. En dimension 2[1], ces nombres sont traditionnellement appelés, au grand dam de Gauss, des nombres complexes, mais que j'ai proposé de plutôt nommer du nom de ceux qui les ont introduits puis utilisés pour la première fois dans l'histoire, au quinzième siècle. On les appellera donc des nombres Chuquet-Cardan.

Dans le plan, *le groupe multiplicatif* **S02** *des rotations* est *représenté*, géométriquement, par un cercle de rayon unité centré à l'origine. Le point +1 situé à l'intersection du cercle et de l'axe horizontal r*eprésente* la rotation $\rho(0)$ d'angle nul. Le point - 1 situé à l'intersection de l'axe horizontal et du cercle *représente* la rotation $\rho(\pi)$ de 180 degrés:



On *identifie* ces points de représentation avec les objets qu'ils représentent. Par cette *règle d'identification*, on peut alors écrire:

$$\rho(0) = 1, \quad \rho(\pi) = -1$$

Un vecteur *OO*', dans ce plan de dimension 2, rapporté aux vecteurs directionnels de base e_1 et e_2 est de la forme :

$$OO' = x\, e_1 + y\, e_2$$

Le vecteur e_2 est obtenu à partir du vecteur e_1 par une rotation positive de 90 degrés:

$$e_2 = \rho(\pi/2)\, e_1$$

Appelons également iota cette rotation $\rho(\pi/2)$, alors symbolisée par la lettre *i. Il revient donc au même d'écrire* $\rho(\pi/2)$ ou i : il s'agit simplement d'un changement de symbole pour représenter la même transformation.

Par suite :

$$OO' = x\, e_1 + y\, e_2 = x\, e_1 + y\, i\, e_1 = [x + y\, i\,]e_1 = z\, e_1$$

z désigne ici la transformation de module $(x^2 + y^2)^{1/2}$ et d'argument Arctg(y/x).

On voit ici la signification véritable, physique et géométrique du symbole i dans l'expression

$$z = x + i\, y$$

[1] Pour une extension de ces nombres en dimension 3 et 4 voir [2], en toute dimension voir [3].

i représente, désigne la rotation ρ *du plan, de valeur π/2.*

Le groupe des rotations étant multiplicatif, on a la relation :

$$\rho(a) \times \rho(b) = \rho(a + b)$$

et donc :

$$\rho(\pi/2) \times \rho(\pi/2) = \rho^2(\pi/2) = \rho(\pi/2 + \pi/2) = \rho(\pi)$$

ou alors encore, par *simple changement de notation*

$$i \times i = i^2 = \rho(\pi)$$

soit, *par application de la règle d'identification précédente*:

$$i^2 = \rho(\pi) = -1$$

i^2 désigne donc la rotation de 180 °, *représentée* par le point -1 du cercle unité situé sur l'axe horizontal.

D'où l'on déduit l'identification classique

$$\rho(\pi/2) = i = \sqrt{-1}$$

À travers ce jeu de changements de notation, on comprend que la notation, le symbole i n'a rien d'imaginaire, il désigne une rotation particulière du plan[2].

Il serait utile de supprimer l'emploi des termes « complexe » et « imaginaire » dans les conversations et écrits mathématiques. Faute de leur intelligence, ils peuvent faire peur, contribuer à détourner de l'entrée dans le monde mathématique, parce qu'en particulier, leur signification physique, géométrique n'est nullement apparente. Or on ne comprend bien le monde que dans une vision dynamique.

Troisième Partie

Troisième thème de l'exposé, un clin d'œil aux relations entre mathématiques et arts. Je les place sous la bannière du mathématicien Henri Cartan[3] qui écrivit ceci: « *Dans le discours que j'ai prononcé le premier février 1977 à l'occasion de la réception de la Médaille d'Or du CNRS, j'ai tenté de défendre la thèse selon laquelle les mathématiques relèveraient plutôt de l'art que de la philosophie.* » Je ne vais pas à mon tour défendre cette belle thèse, mais plutôt présenter quelques images qui

---

[2] On voudra bien noter que $\sqrt{-1}$ a le même statut. D'un point de vue psychologique et épistémologique, je renvoie le lecteur à mon article « La Formule et le Fait » (ne pas prendre la formule pour le fait, dégager la signification factuelle de la formule) paru il y a environ cinquante ans dans trois journaux différents, repris dans mon livre de « considérations sur les modèles », « Les Architecture du Feu » (1982).

[3] Il hésita entre les carrières de pianiste et de mathématicien. Nombre d'artistes du plus haut niveau partagent cette philosophie que résume ce propos du violoniste Yehudi Menuhin :: « l'art et la science ont toujours été et seront toujours un ».

illustrent des chapitres importants des mathématiques, mais auparavant, dire un mot sur des réalisations structurelles relevant de l'architecture, et dont certaines pourraient intéresser les constructeurs d'avions, ou plus modestement de dirigeables.

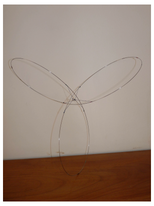
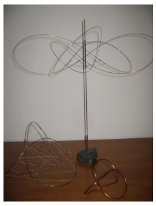
Ces réalisations relèvent de la théorie mathématique des nœuds, lesquels sont en nombre infini. Un nœud mathématique peut être représenté matériellement par une ficelle ou un fil métallique de longueur quelconque dont les deux extrémités sont soudées. Le plus simple des nœuds a évidement la forme d'un cercle qu'on peut tordre dans l'espace comme l'on veut. Vient ensuite la famille des nœuds dits toriques car on peut les dessiner sur des bouées de sauvetage, des doughnuts qui sont mathématiquement des tores. Les nœuds chimico-biologiques sont d'une importance essentielle dans le monde organique.

Le plus simple de ces nœuds autre que le cercle est appelé le nœud de trèfle. Célèbre pour ses gravures qui touchent tous les domaines de la géométrie, Patrice Jeener nous en offre ici cette vision poétique:

P. Jeener. La vitalité du nœud de trèfle

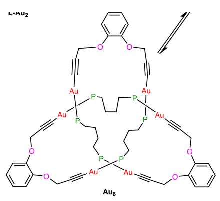
https://fr.wikipedia.org/wiki/Patrice_Jeener

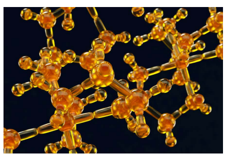
Voici deux représentations matérielles du nœud de trèfle:

On reconnait ici, sur la première, la forme d'une hélice à trois pales, en rotation sur l'image de droite. Les nœuds sont a priori indéfiniment déformables tout en conservant les mêmes propriétés intrinsèques. Ainsi, sous l'effet de pressions diverses, comme celle du vent par exemple, ou celle que j'exerce sur un brin de ce nœud, vous obtenez toujours un nœud de trèfle.

Cette seconde représentation d'un nœud de trèfle, ici partielle,

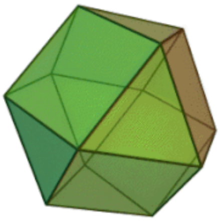




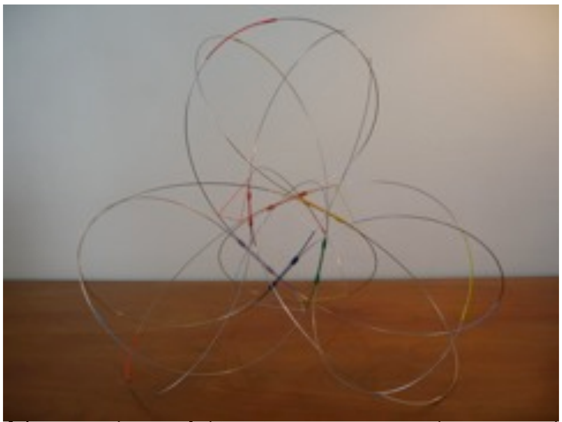
Andriy Onufriyenko/Getty Images

est extraite d'un article de *Nature* du 2 Janvier 2024 (*DOI: 10.1038/s41467-023-44302-y*). Elle est constituée d'un assemblage de 54 atomes dont 6 d'or.

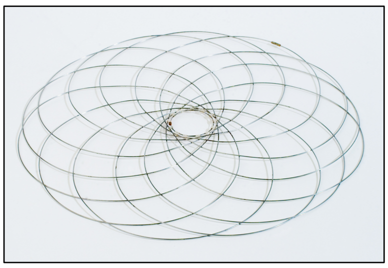
Créé à partir de l'examen des propriétés d'un polyèdre d'Archimède appelé le cuboctaèdre,



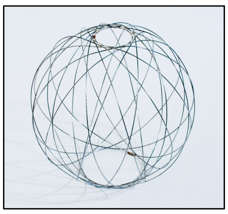
voici - je l'ai fait construire par un artiste, Phippe Rips - un assemblage particulier de quatre nœuds de trèfle. Cet assemblage, à partir duquel on peut construire un bâtiment ayant la forme d'une surface de Boy, résiste aux tornades et aux tremblements de terre.



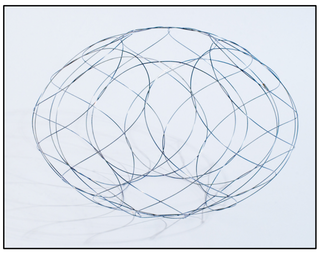
Un ami architecte russe qui connait très bien la théorie des nœuds, Dmitri Koslov, a créé une famille de nœuds particulièrement intéressante et dont voici quelques exemplaires:



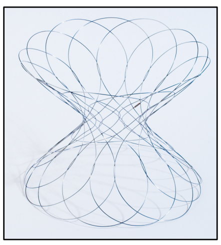
1



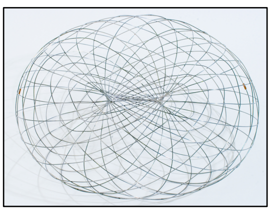
2



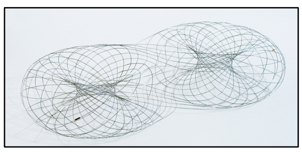
3



4



5



6

La double particularité principale de ces nœuds qu'on pourra appeler « nœuds de Kozlov » est la suivante:

- d'une part, ils possèdent des points de croisement C représentés par des points de contact entre couples de brins métalliques (B_{c1}, B_{c2}) situés en position transverse l'un par rapport à l'autre.
- d'autre part, en deux points de contact A et B consécutifs, est présent le phénomène d'alternance dessus-dessous: si le brin B_{a1} qui, en A joint B, passe au-dessus du brin transverse en A B_{a2}, alors le brin B_{a1} qui se prolonge en B_{b2}, se situe en B en dessous du brin transverse B_{b1}.

Il se trouve qu'il est possible d'associer à toute surface ∑ contenue dans un domaine borné[4] une famille ∑(K) de nœuds de Kozlov K(∑,*i*) (*i* est un entier positif quelconque), caractérisés entre autres par le nombre C(∑,*i*) de points de croisement et par l'indice de convexité [5] du polygone associé à la surface.

On appellera K(∑,*i*) la *structure nodale de la surface*.

On notera que les points de contact entre les différents brins des nœuds permettent de définir un pavage particulier P(K(∑,*i*)) de la surface ∑, à l'intérieur duquel figurent ses points singuliers. L'étude de tels pavages n'a pas encore été entreprise.

Soit M(K(∑,*i*)) la réalisation matérielle à l'aide de fils métalliques du nœud K(∑,*i*). Calculée à partir de la géométrie du nœud et des caractéristiques physiques des fils, cette représentation (∑,*i*) de ∑ possède une valeur de stabilité s((∑,*i*)).

On pourra calculer cette valeur de stabilité notamment lorsque ∑ est la surface d'un aéronef A. Le calcul sera évidemment plus simple lorsque A est un dirigeable D dont la surface est, à une petite déformation près, celle d'une sphère.

L'ingénieur pourra s'inspirer de cette structure pour concevoir des dirigeables D de taille variable, mus notamment grâce à l'électricité engendrée par des panneaux solaires, dont la forme et les dimensions sont celles d'éléments bien choisis des pavages associés à leurs structures nodales. D'autres jeux de couleurs illuminant les pavés non producteurs d'énergie solaire pourront enrichir l'aspect esthétique de ces dirigeables, et faire peut-être de certains d'entre eux des œuvres d'art.

Qu'appelle-t-on œuvre d'art ? Une œuvre, quel que soit le domaine d'activité humaine dans lequel elle se situe, les mathématiques, la musique, la pâtisserie, la médecine, la joaillerie, la ferronnerie, etc à l'infini, une œuvre d'une qualité exceptionnelle, une œuvre donc singulière, rare, et par conséquent précieuse.

On trouvera de plus longs développements sur les caractères particuliers des œuvres d'art relevant du monde visuel dans la première partie d'un livre à paraître. Voici la liste des titres des chapitres consacrées à ce sujet.

---

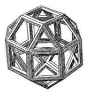
[4] Voir le début de la démonstration dans [4], note 7 page 14.

PREMIÈRE PARTIE

À fondement mathématique, ou simplement inspirées par les formes et énoncés mathématiques, les œuvres d'art abstraites ou incarnées dans la matière, créées depuis sans doute les origines de l'humanité, sont des milliers et des milliers, innombrables. Personne n'en a fait l'inventaire.

Au vu des travaux mathématiques récents, seules quelques-unes de ces œuvres ont été retenues, et classées selon leur appartenance à l'une de ces quatre « galaxies »: polyèdres, pavages, courbes ou trajectoires, surfaces. De par les contraintes temporelles, nous allons visiter rapidement quelques-unes des plus brillantes et intéressantes étoiles de ces galaxies.

De la *Galaxie des Polyèdres* sont extraites les œuvres suivantes:

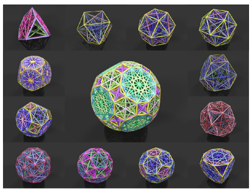


Da Vinci. Rhomcuboctaèdre

Fra Luca Pacioli par Jacopo de Barbari (vers 1500)

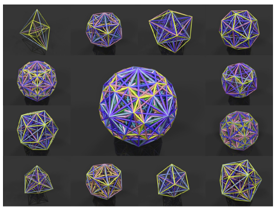
C'est dans les œuvres picturales de la Renaissance que les polyèdres furent surtout représentés. Deux d'entre ces œuvres sont célèbres : les 59 gravures de Léonard de Vinci qui illustrent l'ouvrage de son collègue Fra Luca Pacioli, mathématicien auteur de l'ouvrage renommé, Divina Proportione (1509), et ce tableau de Jacopo de Barbari où Fra Pacioli occupe la place centrale.

Bien des familles de polyèdres ont été définies, certaines portent des noms célèbres. Les nombreuses illustrations qu'on peut trouver sur internet sont loin d'être toujours très artistiques. Celles-ci sont d'une autre originalité:



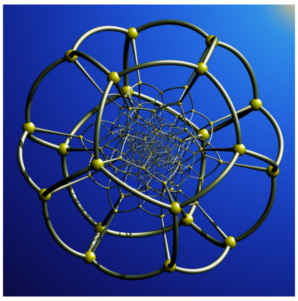
Francesco de Comite. Les polyèdres de Catalan

http://www.lifl.fr/~decomite



Francesco De Comite. Les polyèdres d'Archimède

Dans l'espace à quatre dimensions n'existent que six polytopes réguliers. Ils ont respectivement : 5, 8, 16, 24, 120 et 600 cellules. Ils correspondent aux cinq polyèdres réguliers de notre espace. Ici cette représentation du C120 appelé, entre autres, l'hyperdodécaèdre, il généralise dans l'espace à quatre dimensions notre dodécaèdre habituel à trois dimensions. C120 n'a que 600 sommets, 1200 arêtes à une dimension, 720 faces à deux dimensions sous forme de pentagones réguliers… et 120 dodécaèdres réguliers. Sur la vue ci-après, on pourra mieux admirer l'intérieur du C 120, un intérieur que l'on retrouvera in fine dans ce film extraordinaire de Jos Leys :

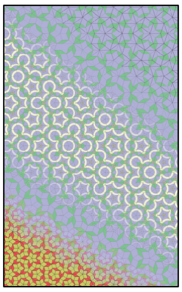


Dodecahedral tessellation of the hypersphere
https://www.josleys.com/show_gallery.php?galid=379

La *Galaxie des Pavages* abrite notamment ces œuvres :

La question du pavage par des seuls pentagones convexes réguliers a interrogé de nombreux spécialistes. Comme elle n'a pas de solution, de nombreuses propositions ont été faites où figurent à la fois ces pentagones étoilés ou non et d'autres types de polygones. Trois d'entre elles ont été faites par le mathématicien-physicien Roger Penrose (cf Wikipedia). L'une d'elle, Penrose II, emploie comme polygones complémentaires des triangles extraits d'un découpage du pentagone régulier convexe et appelé « triangles d'or », et assemblés de deux façons différentes.

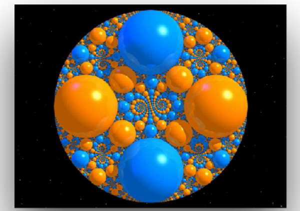
En voici une très belle illustration, on en appréciera le moiré:



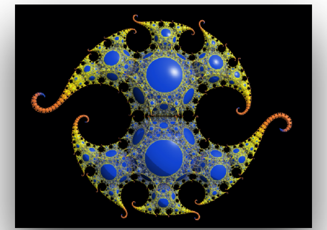
Penrose II. D. Austin - W. Casselman - D.Wright

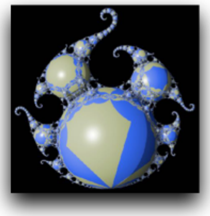
Le problème du pavage d'un domaine plan par des disques de tailles différentes a été posé par le grand géomètre allemand Felix Klein à la fin du 19ème siècle. Klein a compris la géométrie comme une sorte d'émanation de la théorie des groupes, et c'est par l'emploi de certaines familles particulières de groupes, qu'en début de ce siècle, une réponse positive a été donnée au problème soulevé par Klein. *Movie!* est une illustration animée de ce pavage, réalisée par les auteurs de la solution et notamment par David Wright.

Jos Leys a repris leur algorithme et créé toute une série d'animations et d'images aussi inattendues que parfois pleines d'humour. En voici quelques-unes:



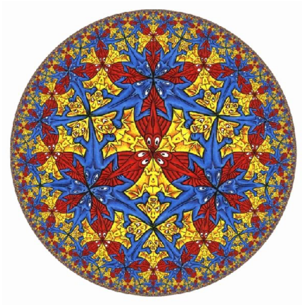
Jos Leys 2007 1 on 15 cusp





Jos Leys. Les clowns, 2018

Les pavages à la Escher donnent l'illusion d'une fractalité intrinsèque. Mais il n'en est rien. Cette illusion provient de la nature même de la métrique hyperbolique du disque de Poincaré.



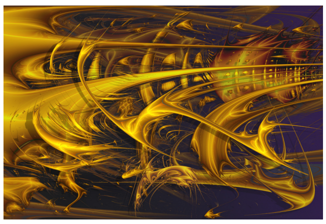
Jos Leys. Esher E 85

Parcourant la *Galaxie des Courbes,* on peut rencontrer les œuvres que voici:

Voici les trajectoires, les courbes que verrait un observateur non identifié, placé quelque part sur une planète virtuelle de notre système solaire - à droite simplement, celles d'Uranus (cyan), de Neptune (bleu clair) et de Pluto (gris clair), deux tableaux issus de l'imagination artistique. Ces trajectoires, savamment calculées, sont en fait chaotiques mais décomposables au moins partiellement en nœuds, et en procurent l'illusion.

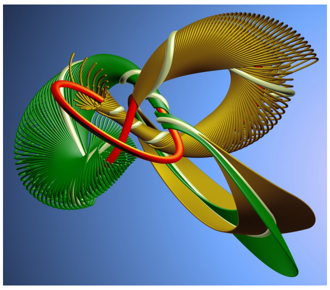
J.-F. Colonna. Trajectoires des planètes vues système solaire vues d'une planète virtuelle

C'est à partir des trajectoires caractérisant l'évolution de populations que l'œuvre suivante a été conçue et réalisée. Son titre américain, Markus-Lyapunov Play, en reflète le soubassement mathématique.



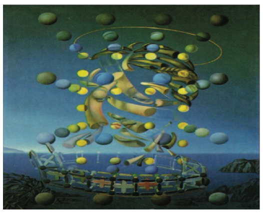
L. Bénard. Cuivres et ors. Symphonie concertante.

L'image suivante nous montre deux trajectoires d'un système dynamique dit d'Anosov, qui viennent s'enrouler chacune autour d'un nœud de trèfle. Les deux nœuds, l'un blanc, attractant la trajectoire verte, l'autre rouge, répulsant la trajectoire en or, sont enlacés.



Jos Leys
http://www.josleys.com

Plusieurs types de spirales ont été codifiées par les mathématiciens, la première par Archimède; la seconde, par Descartes, porte le nom de trajectoires logarithmiques. Mais il en existe bien d'autres comme les spirales de Fibonacci, de Galilée, de Fermat, de Cornu, etc.. Le célèbre peintre Dali a manifesté beaucoup d'intérêt aux mathématiques, il a reçu chez lui Tom Banchoff et René Thom. Cette œuvre « spiralée » porte la trace de cet intérêt:



Dali. La Madone de Rafael à la vitesse maximum, 1954

On doit au fondateur de la méthode paranoïaque-critique, le grand Salvador et sérieusement bien renseigné Dali, ce commentaire explicatif, partiel, sur cette œuvre:

« *Mais soudainement je découvris que, dans les entrecroisements des spirales qui forment le tournesol, il y a évidemment le galbe parfait des cornes de rhinocéros.*

Maintenant les morphologues ne sont pas du tout sûr que les spirales du tournesol soient de vraies spirales logarithmiques ; ce sont des spirales qui approchent beaucoup, mais il y a des phénomènes de croissance qui font qu'on n'a jamais pu les mesurer avec une exactitude rigoureusement scientifique ; et les morphologues ne sont absolument pas d'accord si ce sont des spirales logarithmiques ou non. Mais, maintenant, je me suis renseigné à propos de la corne du rhinocéros elle-même : alors là, il n'y a aucun doute, il n'y a jamais eu dans la nature un exemple plus parfait de spirale logarithmique que dans le galbe de corne de rhinocéros. »

Ne manque pas de charme et d'humour la lecture plus loin du livre de Dali intitulé OUI, lorsqu'il analyse avec intérêt une peinture de Raphaël, puis reprend ses considérations farfelues sur son obsession rhinocentrique. En particulier, sa description mathématique d'un rhinocéros vu de dos n'est pas piquée des hannetons.

Enfin, arpentant la *Galaxie des Surfaces*, la rencontre avec ces œuvres pourrait rester dans notre mémoire.

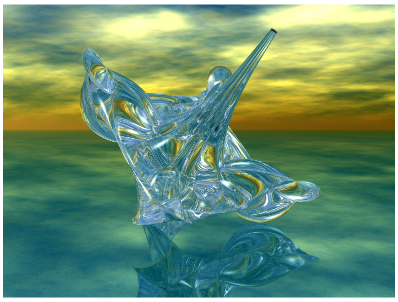
Un tableau célèbre, le premier consacré aux mathématiques et primé par la National Science Foundation, est celui de Luc Bénard. Il a été réalisé en partie avec les logiciels du grand mathématicien Richard Palais, le fondateur de surcroît du remarquable et exemplaire « virtual mathematics museum »:

https://virtualmathmuseum.org.

Luc Bénard - Richard Palais. Un mathématicien à Murano, 2006

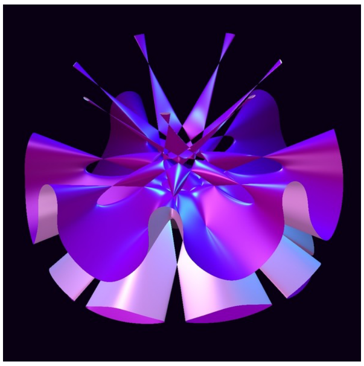
On retrouve sur ce tableau, en bas à gauche, la bouteille de Klein dans sa version identification des bords de deux rubans de Möbius. Au milieu se trouve une autre version d'un breather associé à une famille de solitons, cf l'image suivante. C'est une surface minimale comme celles présentées en haut à gauche et en bas à droite. En haut à droite nous trouvons une surface de Boy qui a reçu des illustrations bien différentes.

On appelle solitons des ondes qui se propagent sans être altérées par leur rencontre avec d'autres congénères. Une famille de solitons, appelée un breather, est représentée par cet objet étincelant:



L. Bénard. Respiration silencieuses des solitons

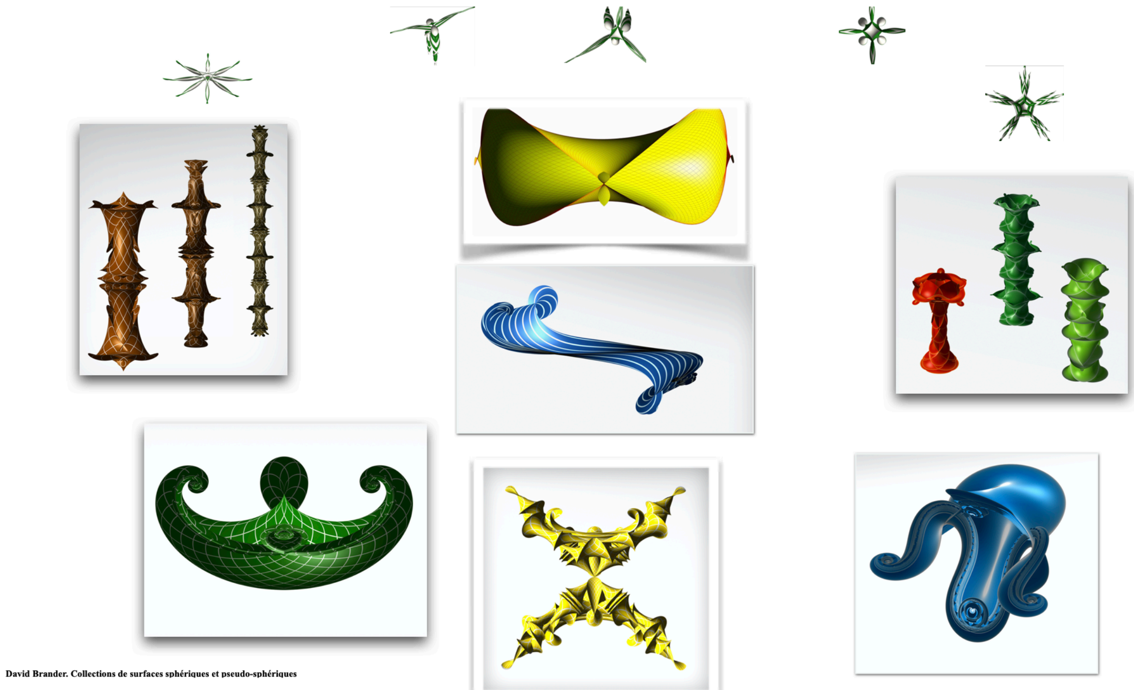
La perfection mathématique et la richesse de formes (99 points doubles) qu'engendre un polynôme compliqué de degré 7, illustre ici à nouveau la beauté des mathématiques.



O. Labs. Septic de Labs

https://math-sculpture.com

L'œuvre précédente d'Oliver Labs relève de la géométrie algébrique, celle-ci de la géométrie différentielle:



David Brander. Collections de surfaces sphériques et pseudo-sphériques

http://davidbrander.org/Images/index.html

Notre escapade et visite rapide dans l'univers des formes mathématiques prendra fin avec la rencontre avec ces deux œuvres de Jean-François Colonna. Il nous introduit dans les mondes récents, mathématique à travers la découverte des objets fractals, algorithmique avec le développement des applications de l'intelligence artificielle.

Ainsi cette première œuvre qui avait été choisie pour illustrer la forme. On ne s'attend pas a priori pas qu'elle soit le résultat d'un processus déterministe mais fractal. On trouvera le détail de son mode création en allant sur le site http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/images/PAYS.u9.M.D/display.html.

Paradoxal Monument Valley at sunset, 'World of Tiers' -a Tribute to Philip José Farmer- [*Monument Valley paradoxale au coucher du Soleil, 'La saga des hommes dieux' -un hommage à Philip José Farmer-*]

Ce qu'on obtient en utilisant les outils de l'IA est stupéfiant. Je vous laisse découvrir le site, posant la question en quoi ces images seraient-elles ou non, belles :

http://www.lactamme.polytechnique.fr/Mosaic/descripteurs/IAGenerativesImages.01.Fra.html#EtIqUeTtE_2_Bosch_Jerome

Pour conclure cette visite au pays des merveilles mathématiques et artistiques, on pourra méditer sur ces deux aphorismes qui marquent le retour au thème initial de cet exposé:

« Être le peuple du beau, c'est être le peuple du vrai. »

V. Hugo Aux rédacteurs du Rappel, (Paris, 31 Octobre 1871)

« Le Beau, source du Vrai » Alain

Bibliographie

[1] The Principe of Stability, an Essay on the Incarnation of the Notion of Stability within the Pantheon of Mother Ideas Cambridgescholars.com, 2021: https://www.cambridgescholars.com/product/978-1-5275-6857-0

[2] Recension La Construction des Nombres, Histoire et Epistémologie, Editions Ellipses, Paris, 2000.

[3] Du nouveau du côté des nombres, Quadrature, 66, 2007, 8-14.

[4] Conférence Suresnes .

[5] Sicilian Wonders . Insight into the Construction of geometric Friezes (Merveilles Siciliennes: Regards sur le mode de construction des frises géométriques) in *Mathematics and Art IV, Visual Art and Diffusion of Mathematics* (Actes de la Troisième Conférence ESMA, Septembre 2016), Cassini, Paris, 2018.