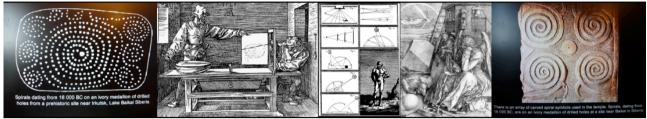
L'OEUVRE D'ART MATHÉMATIQUE, UN OUTIL PÉDAGOGIQUE EFFICACE

C.P.BRUTER¹
bruter@u-pec.fr, bruter503@gmail.com



Click FR

1. Partager le sentiment de beauté

Pour plus d'un mathématicien, la science qu'il pratique présente un aspect «sensoriel». Il observe, et il devine, aperçoit, ou même voit des propriétés. Après une première indication d'explication, il lui arrivera de dire qu'il a compris par ces simples mots, «je vois», ou bien «je vous entends».

Au-delà du simple mathématicien, l'universalité de la nature humaine est-elle à mettre en parallèle avec celle de la sensibilité artistique, sans doute, avec l'universalité des mathématiques, probablement.

Les mathématiciens trouvent fréquemment bien des beautés dans leur discipline. Ils partagent souvent avec les artistes l'amour du Beau. Ce qui est beau apporte une forme de satisfaction à la fois indéfinissable et profonde. Elle atteint les racines de l'être. Elle lui apporte un sentiment de plénitude intemporelle. L'une des raisons essentielles de ce phénomène réside dans la manière dont l'être s'est constitué au cours des temps. Il n'est point d'objet qui échappe à cette loi d'airain, qu'il en soit fait un usage létal ou au contraire créateur : tout faire pour préserver ce qui apparaît, ou est perçu, comme la propriété la plus importante de soi. Cette recherche de formes de stabilité, potentielles, globales et locales, est l'un des moteurs les plus puissants des évolutions au sein d'un univers agité par les chocs. La symétrie parfaite est l'expression de la stabilité la plus intrinsèque et la plus pure. La rencontre avec cette forme idéale de stabilité procure un sentiment de sécurité profonde. Réalisée dans la nature sous la forme de la voûte, de la sphère protectrice, elle est, aux déformations topologiques près, omni présente dans toutes nos représentations. Ce n'est pas un hasard si les mathématiciens construisent leurs objets à partir de sphères et de boules.

La symétrie relève du principe architectural. Mais un tel principe ne suffit pas pour donner corps à un objet : une matière constitutive est nécessaire en laquelle s'incarne l'énergie, qui participera à la pérennité de l'être. La présence de cette énergie, ne serait-ce que sous une forme potentielle, la sensation et le fait de pouvoir en bénéficier à terme, contribuent également avec force à conforter l'être dans la certitude de sa durée et de son épanouissement. Elle se traduit par cette expression de satisfaction, qui est une forme

¹ Président de l'ESMA (European Society for Mathematics and the Arts, www.math-art.eu)

mesurée de joie. Les présences supposées ou réelles de la stabilité et de l'énergie sont à la racine de la formation du sentiment de Beauté.

L'attachement aux mathématiques n'est pas, spontanément, un fait rationnel, mais un fait affectif. L'emploi du verbe aimer le révèle.

L'usage de ce verbe est très général, qui reflète le rapport d'un agent à une activité, à une personne, ou à un objet physique ou abstrait familier. Il se trouve qu'à l'égard des mathématiques, les réactions sont très vives et tranchées.

Ce n'est assurément pas pour avoir joué dans leur enfance à chat, aux osselets ou à un quelconque jeu mathématique inexistant que des personnages de légende comme Euclide, Fermat ou Euler sont devenus mathématiciens. A leur époque, l'enseignement des mathématiques était beaucoup plus près de leur emploi pratique qu'aujourd'hui. Il est certain que la raison utilitaire, immédiate ou pressentie, a toujours été un facteur d'intérêt pour celui qui a atteint une certaine maturité. Mais pour le mathématicien, ce facteur est second.

Il faut chercher ailleurs des raisons plus fermes de l'attachement spontané aux mathématiques. Les lignes suivantes n'entrent pas dans le détail de l'analyse de l'une de ces raisons ; ces lignes renvoient à celles que j'ai pu écrire par ailleurs sur ce thème, et aux données primaires de la stabilité et de l'énergie.

« Dans le discours que j'ai prononcé le premier février 1977 à l'occasion de la réception de la Médaille d'Or du CNRS, (écrit Henri Cartan,) j'ai tenté de défendre la thèse selon laquelle les mathématiques relèveraient plutôt de l'art que de la philosophie : il est vrai qu'une théorie mathématique bien faite inspire un sentiment esthétique, comme une belle construction en architecture ou en musique, et que les qualités esthétiques d'une belle théorie en facilitent la diffusion, la rendant apte à une utilisation efficace. »

Cartan ne déroge pas ici à la longue tradition, à la conception ancestrale que les mathématiciens se font du matériau mathématique. Aristote (*Métaphysique*, M, 3, 1078 a), plus de deux mille ans avant Cartan, n'avait-il pas décrit en ces termes l'objet selon lui des mathématiques :

« D'autre part, étant donné la distinction du bien et du beau (car le premier ne se rencontre jamais que dans le domaine de l'action, tandis que le beau se trouve aussi dans les êtres immobiles), les philosophes qui prétendent que les sciences mathématiques ne font aucune place ni au beau, ni au bien, sont assurément dans l'erreur : le beau est, au contraire, l'objet principal du raisonnement de ces sciences et de leurs démonstrations. Ce n'est pas une raison parce qu'elles ne le nomment pas pour dire qu'elles n'en parlent pas, car elles en montrent les effets et les rapports. Les formes les plus hautes du beau sont l'ordre, la symétrie, le défini, et c'est là surtout ce que font apparaître les mathématiques. Et puisque ces formes (je veux dire l'ordre et le défini) sont manifestement causes d'une multitude d'effets, il est clair que les mathématiciens doivent considérer comme cause d'une certaine manière, la cause dont nous parlons, le beau en un mot. »

Cartan, suivant en cela les traces du grand Poincaré, s'était donc interrogé sur les manières de faire connaître, de diffuser les mathématiques, et avait mis en avant leur caractère esthétique.

Si de tout temps a été saisi et exprimé ce lien ineffable entre beauté et mathématiques, pour quelles raisons n'ai-je jamais entendu aucun de mes professeurs, au lycée, à l'université, dire un mot, dans l'un de ses cours, des joies que lui apportent ces démonstrations élégantes, parfois dotées de subtilités suprenantes, de l'admiration que lui inspire l'architecture de cet ensemble, en un mot de la beauté de sa discipline.

Pourquoi donc les enseignants de mathématiques ne font-ils pas appel à ce déliceux miel psychologique et affectif pour attirer vers eux jusqu'aux plus rétifs de leurs auditeurs ?

Je suis étonné de l'absence dans nos enseignements de cette référence esthétique, je ne comprends pas pourquoi elle est ignorée.

Evidemment liée à la stabilité, la présence dans la nature du phénomène périodique est universelle. Il prend en pédagogie la forme de la répétition, le procédé pédagogique employé partout et de tout temps. Chaque enseignant ne pourrait-il pas trouver quelque charme à quelques-unes de ses démonstrations, à la présentation de faits inattendus pour faire partager ses satisfactions et joies intellectuelles ? Sous l'emprise d'une inspiration soudaine, quelques mots dans l'année, piques intellectuelles inattendues et pénétrantes, ne manqueraient pas d'éveiller les consciences et de stimuler l'intérêt.

Je suis convaincu que ces petites choses auraient de grands effets. L'expérience est à faire, sur la plus large échelle, sur la plus grande durée.

2. Découvrir les beautés de l'univers mathématique

Est-il possible de montrer les qualités esthétiques d'une belle théorie sans devoir entrer dans ses arcanes ?

A dire vrai, la réponse est difficile. Car si l'on veut vraiment apprécier une théorie, il faut accepter le lourd labeur d'une étude approfondie de la dite théorie avant de découvrir les joies fines de la (dé)monstration. Celles-ci participent de manière aigue du plaisir qu'apportent les mathématiques.

Cependant, la beauté des mathématiques est plus riche que celle des seules démonstrations, dont le caractère n'est souvent que local. Cette beauté est tout autant sinon davantage manifeste dans l'architecture des mathématiques, ainsi que dans l'univers des formes locales qui résident en ses différents étages.

C'est ici que se situent le projet ARPAM² et les activités de l'ESMA, conçus dans le but de briser la glace impersonnelle qui sépare, enfants compris, le public des mathématiques, de le réconcilier avec cette branche fondamentale des sciences, de lui permettre au contraire de découvrir une forme de sensation chaleureuse et étonnée à la découverte et à la rencontre de cet univers. Projet et activités, notamment expositions et exposés associés, dans leur aspect psychologique, reposent sur les effets subtils et à long terme produits par la simple contemplation d'objets marquant les sens et l'esprit. Il se trouve que, sinon l'architecture des mathématiques du moins certains de ses aspects locaux, peuvent s'incarner dans la matière, sous la forme de petits bâtiments, de sculptures, d'objets insolites, de visualisations diverses, œuvres picturales, fixes ou animées.

Quand ces œuvres suscitent l'admiration, elles laissent des traces dans la mémoire, l'imprègnent, et ces images mnémoniques toujours présentes n'ont de cesse d'interroger celui qui les véhicule sur les raisons et les procédés qui ont présidé à leur création et à leur obtention, sur leur signification. Une première familiarité avec les mathématiques s'établit ainsi, établie sans effort particulier, ne suscitant aucune forme de rejet.

_

² http://www.math-art.eu/Documents/pdfs/THE%20ARPAM%20PROJECT.pdf

Naturellement, on rencontrera des esprits rebelles comme d'autres enthousiastes. Un collègue amenant sa petite fille Ornella, âgée de 8 ans, voir l'une des expositions, a eu la surprise de l'entendre dire «Grand-père, c'est cela que je veux faire». Il est vrai qu'Ornella est par ailleurs une enfant talentueuse. Il est en tout cas remarquable qu'aucun des visiteurs ne reste indifférent à la vue des œuvres, et que le bouche à oreille en amène de nouveaux. Ce sont autant de personnes gagnées à la cause des mathématiques.

Pour la plupart de ces œuvres, l'ordinateur a servi d'outil, non point à leur conception, mais à leur réalisation. La couleur, la nuance, étant numérisées, l'ordinateur enrichit la palette du peintre presque à l'infini. Aucune peinture à l'huile par exemple ne peut rivaliser avec lui en exactitude de reproduction du rendu des transparents : de ce point de vue, les œuvres de John Sullivan sont indépassables. Mike Field numérise la profondeur d'impression de l'encre sur le support : là encore, l'exactitude de l'ordinateur l'emporte sur celle de l'œil du peintre traditionnel qui évalue l'épaisseur de la trace laissée par son pinceau. Quant au trait, sa précision tend vers la perfection à travers la taille et le nombre de pixels qui lui est attribué. A la maîtrise du pinceau, se substitue aujourd'hui celle de l'ordinateur, des outils et des techniques de programmation. L'ordinateur a fait entrer en quelques décennies l'humanité dans une ère nouvelle. Il joue un rôle de premier plan en facilitant l'exploration et la visualisation de l'univers mathématique, et par conséquent la diffusion de son contenu auprès du public le plus large. Et les œuvres originales qu'il permet de créer, et qui sont montrées aujourd'hui dans les expositions, par leurs qualités artistiques, par leur signification, par les procédés employés pour les obtenir. sont des premières qui, sans nul doute pour certaines, resteront dans l'histoire de l'art et des hommes comme les *symboles* de ce changement profond de civilisation.

Chaque œuvre porte la marque de l'artiste, comme autrefois : choix des couleurs, des thèmes, imagination et créativité dans la définition, la composition et l'agencement des éléments du tableau. Mais le champ visuel de l'artiste a considérablement changé par rapport aux temps anciens. Non seulement l'artiste reste entouré par les mêmes objets qu'autrefois, mais son environnement s'est enrichi d'une part des objets matériels créées par l'homme en application des progrès des connaissances et des techniques, et d'autre part des objets encore abstraits que les mathématiciens ont découverts. L'examen du contenu des œuvres présentées dans les expositions qu'on décourvrira sur le site de l'ESMA fera pleinement prendre conscience de ce fait.

La qualité des œuvres exposées est reconnue dans le monde universitaire. Mais le mur qui sépare celui-ci du grand public est encore à franchir. Les directeurs de musées publics restent encore sourds aux propositions de mettre en place une exposition de ces œuvres nouvelles et riches. Le complexe à l'égard des mathématiques et sans doute des mathématiciens est probablement encore présent auprès de leur génération, le mot « mathématiques » peut-être fait-il toujours peur. L'histoire se chargera de conter leur timidité. Elle ne devrait pas résister longtemps à la pression des faits, de l'ampleur prise par l'insertion des mathématiques dans le développement artistique, mais également par l'imprégnation des réalisations artistiques dans la diffusion des mathématiques auprès de tous les publics, des plus néophytes aux plus savants. Le cinéaste Claude Lanzmann, également directeur d'une grande revue intellectuelle française, Les Temps modernes, a écrit récemment «que la transmission s'effectue au premier chef par la culture et les œuvres d'art ». Bien des mathématiciens et bien des artistes en sont convaincus.

C'est ici que trouve toute sa place le monde enseignant. D'une part, il est à même de combler les carences de l'univers muséographique officiel. Mais surtout, il lui revient

d'utiliser à fond toutes les ressources potentielles des visualisations réalisées par les artistes dans lesquelles la place des mathématiques est centrale.

Ces visualisations, sous forme de petites sculptures et de tableaux, sont présentées dans des expositions. Tout établissement peut s'adresser à l'ESMA pour monter une exposition à la mesure de ses disponibilités matérielles et de ses souhaits. Le lecteur trouvera sur le site de l'ESMA quelques

Ces expositons mettent le visiteur en présence d'objets hauts en couleurs, physiques ou «peints», absolument non scolaires, entièrement nouveaux pour lui. Les mathématiques, ce n'est pas seulement l'addition des fractions ou la démonstration qu'il craint. C'est aussi ce monde de formes intriguantes et attirantes : le spectateur comprend spontanément qu'elles sont l'aboutissement d'un processus intellectuel dans les prémisses duquel s'inscrit l'enseignement qu'il reçoit ou a reçu. Ces expositions ouvrent donc des portes sur un univers que les plus audacieux et les plus doués auront sans doute envie d'explorer. Les plus rebelles auront néammoins acquis un enrichissement, un nouveau regard peut-être étonné sur le monde mathématique, une forme de tolérance et de respect à l'égard d'une discipline qui, d'un coup acquiert un visage plus souriant et accueillant.

Chaque âge peut profiter, bien sûr différemment, de ces visites. Je ne donnerai ici que l'exemple des enfants en maternelle. Comme pour tous, mais d'abord pour eux, la visite est l'occasion de se détendre et de partager des joies. Elle permet aussi de procéder à des expériences psychologiques. Par nature, les enfants sont plus près que l'adulte du développement originel et de ses modalités intimes. Faut-il alors s'étonner du phénomène suivant. Chaque fois qu'une classe de petits enfants, de trois à cinq ans environ, visite l'exposition, on les voit tous courir et s'agglutiner autour d'une œuvre particulière. Elle est celle qui a servi de couverture un numéro de décembre 2004 des *Notices* de l'American Mathematical Society.



Cette œuvre kitch de David Wright illustre une manière de traiter un des problèmes posés par Felix Klein: à la façon d'un pavage standard du plan hyperbolique, de manière algorithmique et élégante, remplir complètementun disque plan par d'autres disques de

même nature. Le jeu des couleurs de la visualisation crée l'illusion d'un domaine rempli de sphères bleues et roses appétissantes, elles fascinent le regard des enfants.

3. S'instruire

Le pédagogue s'interrogera : ces visites seules, de détente et de découverte, peuvent-elles apporter des connaissances plus solides en mathématiques ? Par connaissance, on entend ici celle de concepts, de faits, de preuves de leur bien-fondé. La réponse sera évidemment en général négative. Les visiteurs manquent totalement pour la plupart du savoir mathématique préalable et étendu qui permettrait d'apprécier et d'expliciter le contenu véritable des oeuvres. Impossible en quelques secondes de commentaires de donner un semblant d'explication. Le visiteur passe d'une oeuvre à une autre, et fuirait la lecture, debout, dans le brouaha, de la fiche détaillée qu'on aurait, naïvemment, rédigée pour lui.

Alors toute forme d'instruction à partir de ces expositions serait-elle sans espoir ? Heureusement, il n'en est rien. Au contraire, ces expositions offrent la possibilité à chacun de faire quelques premiers pas dans le monde des mathématiques actuelles, vivantes, hors des poncifs soclaires grisâtres. Comment ?

Le procédé, expérimenté à plusieurs reprises et avec un franc succès, repose sur un usage ad hoc des oeuvres présentées dans les expositions. Cet usage a deux visages.

Le premier est d'ordre physiologique et psychologique. Il a pour effet de placer le public auquel on entend s'adresser dans les meilleures conditions de réception du message : une salle plutôt petite dans laquelle le spectateur, l'auditeur n'éprouve pas le sentiment anethésiant d'un être isolé, plongé et perdu au sein d'une masse anonyme; une salle au contraire chaleureuse par le confort de ses assises, le rayonnement et le chatoiement des diverses oeuvres hautes en couleurs qui meublent les murs, loin des traditionnelles salles de classe aux murs vides respirant et diffusant l'ennui.



Le second usage est d'ordre proprement instructif. Il consiste en exposés non académiques, de nature autant que faire se peut interactive avec le public, laissant donc une part à l'improvisation, au déroulement des exposés, dans lesquels on fait voir et saisir

des concepts et des faits, historiques, artistiques, mathématiques, présents dans les oeuvres qui environnent ce public.

Chaque exposé sera donc plus ou moins légèrement, plus ou moins fortement, différent des précédents. Il convient ici de donner des exemples d'exposés, leur durée est d'au moins 45 minutes. A vrai dire, ce ne sont pas des exemples d'exposés proprement dit, mais les trames sur lesquels reposent ces exposés. On épluchera les cinq pdf intitulés «Bonne Année» (adresse du premier: http://www.math-art.eu/Documents/pdfs/bonneAnnee/BA1.pdf) et les quatre pdf intitulés «Pâtisserie Mathématique» (adresse du premier: http://www.math-art.eu/Documents/pdfs/patisserie/PM1.pdf). Pour les élèves des dernières années du lycée, la lecture du texte de la conférence Saverne (http://www.math-art.eu/Documents/pdfs/ConferenceSaverne.pdf) pourra également être utile.

Mathématiciens, physiciens, artistes, philosophes, historiens pourront sans doute, collectivement ou individuellement, chercher à bâtir des exposés pour leurs élèves, étudiants, collègues. Mieux parfois, ils pourront proposer à ces mêmes auditeurs potentiels de préparer et faire ces exposés d'inititation.

Par ces derniers, on peut aborder à tout âge l'exploration de la partie visuelle de l'univers mathématique actuel, sur la pointe des pieds certes, mais avec quel plaisir!

Pour conclure, je fais part en annexe d'appréciations du public sur le contenu d'une de nos expositions récente et complète, et du texte du questionnaire adressé aux auditeurs des exposés.

On appréciera le fait que, résultat de la visite des expositions, des parents qui déchantaient autrefois, acquièrent un regard positif sur les mathématiques. Ne contribuent-ils pas, par leurs réactions, à influencer, discrètement, les opinions et les choix de leurs enfants ? Ne peut-on pas alors espérer un changement prochain de l'attitude des jeunes générations à l'encontre des mathématiques, encore fréquemment négative ?

Mais c'est sur le succès des exposés, dont témoigent les réponses au questionnaire, qu'il convient d'insister. L'article publié dans la Gazette des Mathématiciens d'Octobre 2011 (pp 83-90, *Les Beaux-arts au Service des Mathématiques*) donne le détail de quelques réponses significatives, largement majoritaires et amplement confirmées par la suite.

Elles constituent plus qu'une invite à insérer ces exposés initiatiques et particulièrement bien reçus auprès de tous les publics, et pour ce qui nous concerne plus particulièment, enseignants, auprès de nos jeunes générations.

Annexes

1. Quelques réactions du public à nos expositions :

Merci Jour cette ties belle exposition que je prenchai plaisi à revoir Ma achesse: Jasqueline GENDRE 7 bis me de la RosiERE . 75015 PARTS.
10 6 février 2012.

Capuedogli nolly a . fr

Duporeosionnant!

et supertoe

Victoire realist

victoire mab a gmail.com

f. vermeil a yohoo. fr

Si do cument otian dio panibe P. R

Mansante et intérressantes. Doi Vanment enmé continues

Busue, fe'liei b froms
increyable les cuéstions que
yous présates
sussi fascinale pour un amateur
de methe et un fan des sute
therei
Ann-Marie
et Caspar REINHART

Merci in finiment pour cette exportion lors du commun, où l'interactivité entre les centeurs et les visiteurs vant tout l'or du monde, ce qui ma pennis d'avoir le misilleur coursel mathematique que p n'ai fonnés en. Continuez, que p n'ai fonnés en. Continuez, votre talent n'a dégal que votre modertie.

yn anthonlique morant & Same

Mass of Mass of

Exposition surprenante, mais très intéressante.
On apprend comment faire du beau avec des mat

Merci par alte corposition (qu. lonne envice d'en savoir/voir plus ...).

Théressant le constater que je n'ai pur

Neurogner que très peu de "mathématiques autors des courses (simplement des eignetions

de-a-le li ...). :)) Attité

[Formateur metts

Tole de la 2e chance (sciele st vens)

Fres delle et surperiante et, ositione. les concents sont su erbet on fent aller his doin dans le rêve qui devient réalité si on sait rejander. Amité - 24L-Paris

Atephane. erviel3@gmail. um

Magnippue exposition qui me donne envie de

re-devourir les matris que j'ai appris à deteler
à l'evore. Merci a tous les matheux Attistis.

Ja siens aenie Posspo Merci!! Salome et toute l'écolo de victore cousins

2. Le questionnaire

CONFÉRENCE MATHART / QUESTIONNAIRE DE RETOUR D'EXPÉRIENCE

Intervenant : Classe : Horaire : Professeur :

- 1) Votre première réaction après l'écoute de l'exposé est-elle:
 - a) positive / b) indifférente / c) négative (Merci de justifier votre réponse en quelques lignes)
- Ces exposés vous ont-ils permis de découvrir un nouveau visage des mathématiques ?
 a) Oui / b) Non (Merci de justifier votre réponse en quelques lignes)
- a) Oui, sur quels plans ? (contenu mathématique, aspects techniques de fabrication ...) b) Non, pour quelles raisons ?
- a) votre manière d'envisager les mathématiques ? OUI / NON
 b) l'intérêt que vous portez aux arts ? OUI / NON
 c) votre rapport aux sciences et à la connaissance en général ? OUI / NON