

*L'exposition illustre, dans leur modernité, les liens intimes  
qui n'ont jamais cessé d'unir*

# *les Arts plastiques à l'Art mathématique*

## LISTE DES EXPOSANTS

|               |             |                     |                    |
|---------------|-------------|---------------------|--------------------|
| François      | APÉRY       | Francesco DE COMITE | Jos LEYS           |
| Benno         | ARTMANN     | Richard DENNER      | Sylvie PIC         |
| Boris         | ASANCHEYEV  | Tamas FARKAS        | Milen POENARU      |
| David         | AUSTIN      | Mike FIELD          | Denise PRANVILLE   |
| Thomas        | BANCHOFF    | Anatoly FOMENKO     | Philippe RIPS      |
| Jérémie       | BRUNET      | George HART         | Irène ROUSSEAU     |
| Geraud        | BOUSQUET    | Hiltrud HEINRICH    | Radmila SAZDANOVIC |
| William       | CASSELMAN   | Slavik JABLAN       | John SULLIVAN      |
| Philippe      | CHARBONNEAU | Patrice JEENER      | François TARD      |
| Jean-François | COLONNA     | Bahman KALANTARI    | Dick TERMES        |
| Jean          | CONSTANT    | Dmitri KOZLOV       | David WRIGHT       |

# LE CATALOGUE

## Miroir de nos Expositions

### *Le Catalogue*

Le présent catalogue est édité à l'occasion de la nouvelle exposition Mathématiques et Arts, tenue en Septembre 2013 au Centre International de Rencontres Mathématiques, à Marseille-Luminy. L'exposition s'inscrit dans le cadre d'un projet culturel, artistique, et pédagogique porté par la Société Européenne pour les Mathématiques et les Arts, l'ESMA ([www.math-art.eu](http://www.math-art.eu)).

Les relations intimes entre Mathématiques et Arts, ou entre Arts et Mathématiques, sont largement évoquées dans plusieurs textes aux contenus différents, le lecteur pourra les découvrir dans les pages qui suivent cette introduction. Ces relations sont également illustrées dans les bandeaux qui ornent le site de l'ESMA. On ne reviendra donc pas sur ce thème dans ces premières lignes.

Le contenu de ce catalogue n'est qu'un reflet du fonds permanent d'oeuvres (150) que l'ESMA pourrait, en 2013, dans sa totalité, présenter au public. Les raisons matérielles font évidemment obstacle à l'impression d'un catalogue complet de ces oeuvres.

Le choix de celles qui figurent ici est de mon entière responsabilité. Il est certes motivé par leurs qualités telles que je les ressens, mais aussi par la diversité des oeuvres que chaque auteur nous a confiées et des thèmes mathématiques qu'il aborde.

Le catalogue comporte deux parties correspondant à la distinction faite entre :

- les petites sculptures, et en dehors d'elles,
- les oeuvres prêtées ou cédées constituant le fonds momentané ou permanent.

Le catalogue de la première de ces expositions (en 2005 à l'Institut Henri Poincaré à Paris) portait les noms de 18 exposants. Le catalogue de ce 19-ème évènement en comporte 33. Compte tenu du volume d'oeuvres à présenter, la rédaction du catalogue a été faite a minima, apportant toutefois un premier regard sur les thèmes mathématiques abordés.

Le premier également des textes cités dans les pages consacrées aux liens entre mathématiques et arts fait référence aux exposants présents jusqu'en 2009 inclus. Figurent donc bien des noms nouveaux dans la liste des exposants ici présents. On admirera la maîtrise technique dont ils font preuve, chacun dans un registre différent, leur inventivité, l'étonnante diversité des manières de traiter parfois des mêmes sujets. La singularité est reine. Dans l'emploi de l'ordinateur comme outil pour la

création des jeux de lumière, si l'on reconnaîtra la maîtrise de Jos Leys, et de John Sullivan notamment pour le rendu des transparences, nul n'a été aussi loin me semble-t-il que Luc Bénard dans le suivi du rayon de lumière, sa vibration, sa réfraction, son éclat. Anatoly Fomenko se situe en un certain sens tout à l'opposé puisque, dans la création de son oeuvre, il n'avait encore sous la main que le crayon, la plume et l'encre noire. Depuis longtemps largement reconnu non seulement comme excellent mathématicien mais aussi comme un artiste remarquable, il est enfin présent dans ce catalogue, et surtout dans nos expositions.

## *Les Expositions*

Sans doute convient-il de dire ici un mot sur la philosophie qui a conduit à la mise sur pied de ces expositions. Le maître mot serait peut-être ici celui de *partage*.

Toutes les activités humaines partagent des raisons communes, la plus fondamentale étant celle d'assurer la stabilité de l'individu comme celle de la société. Elles éveillent en nous à des degrés divers, selon le caractère positif ou négatif de leur apport à la stabilité profonde du moi, des réactions d'adhésion ou de rejet, où, dans leur expression, l'affectivité l'emporte souvent sur la raison. L'expression du sentiment du beau ou du laid est le résultat d'une manière de synthèse entre ces formes de réactions. Le partage de l'un de ces sentiments entre différents êtres possède cette vertu de les souder entre eux.

Les mathématiques partagent avec d'autres activités artistiques, et entre autres, le souci de la perfection et l'inventivité. Le mathématicien est, comme l'artiste, un artisan. On cisèle une démonstration comme on cisèle le marbre, le bois, une sculpture. Les procédés et les outils du mathématicien peuvent lui permettre de créer de nouveaux objets, de nouvelles théories, qui, elles, méritent d'être comprises comme également des objets. Devant ses réussites, au même titre que le peintre, le mathématicien peut éprouver et éprouve souvent un sentiment de beauté qui peut être profond.

En partageant et en faisant partager ce sentiment de beauté, l'exposition d'oeuvres mathématiques, que l'on peut voir ou même toucher, rassemble autour d'elle dans un même élan de partage et de communion les visiteurs attentifs et conquis.

Des barrières psychologiques qui pouvaient séparer des mathématiques un certain nombre de ces spectateurs s'effondrent soudain.

## *La Valorisation des Expositions*

La transmission du savoir est également une forme de partage, tournée elle vers le futur. Dans l'ambiance chaleureuse créée par la présence des oeuvres belles, où les rivalités s'évanouissent et où le moi se dissout devant la contemplation des oeuvres, s'efface devant le spectacle de la ligne pure, de la lumière étincelante, de la composition riche et évocatrice, dans cette atmosphère particulière, l'écoute devient

attentive d'une sorte de narration, celui d'un voyage à travers ces oeuvres où l'on découvre les propriétés fondamentales qui les sous-tend, les principaux concepts généraux qui ont présidé à leur formation et qui les habitent. L'auditeur-spectateur quitte la salle, réjouit d'avoir à la fois pu se détendre et d'avoir quelque peu pénétré à l'intérieur d'un univers conceptuel fascinant.

En d'autres termes une exposition reste incomplète, laisse le visiteur à mi-chemin, si elle n'est pas accompagnée de ces formes habiles d'exposés qui, tout en même temps, nourrissent l'esprit, fusionnent les pensées, et suscitent l'interrogation.

Il y a, dans chaque oeuvre, une beauté formelle, une beauté physique, celle pour moi que créent les jeux de couleurs et de lumière, et enfin, de temps à autre, une beauté humaine, j'entends l'expression d'une pensée ou d'un sentiment forts.

Je ne doute pas que toi aussi, lecteur, tu ne sois conquis par l'ineffable beauté des oeuvres que le contenu de ce catalogue plutôt riche va te révéler. Mais ne devons-nous pas d'abord admirer et remercier tous ceux qui, ici, par leur talent d'une haute tenue, nous apportent, à travers l'élégance de la forme et le chatoiement des couleurs, l'étonnement du regard et le plaisir apaisant des yeux ?

Claude Paul Bruter

# LES PRINCIPAUX THÈMES MATHÉMATIQUES

## illustrés dans le catalogue

### *Introduction*

La création de l'univers mathématique a été réalisée à partir de la représentation symbolique de quelques propriétés du monde physique particulièrement pertinentes et stables. C'est à partir de ces données que les mathématiciens ont ensuite développé leurs théories sans avoir forcément le besoin d'en référer au monde physique originel.

La mathématique peut donc être considérée comme une physique abstraite, où l'implication logique reproduit l'implication causale, fait expliquant pour une large part le succès de l'emploi des mathématiques en physique théorique et appliquée.

L'univers mathématique se compose de diverses galaxies ou sociétés, appelées parfois théories, qui interagissent les unes avec les autres : elles prennent appui les unes sur les autres pour mieux se développer. Quatre principales galaxies portent le nom de topologie, de géométrie, d'algèbre et d'analyse. Bien que le nombre soit omniprésent au sein de ces galaxies, on considère ici sa théorie comme relevant d'une autre galaxie qu'on appellera la galaxie du codage, codage des objets entre autres mathématiques et qui en permet la diffusion.

On rencontrera dans cette exposition des illustrations et des objets appartenant principalement au monde de la géométrie, ce terme étant pris dans un sens large.

La géométrie se consacre à l'étude des formes des objets, à celle de leur genèse, d'où son intérêt en physique.

L'intérêt est d'autant plus grand que les physiciens représentent souvent des propriétés des objets par des formes : par exemple on peut représenter le poids d'un objet par un rectangle de dimension adaptée.

L'étude des formes, sans référence aucune à des propriétés de distance entre les éléments de ces formes, porte le nom de topologie.

Lorsque, ensuite, on introduit la considération des distances, de métriques, on fait de la géométrie. L'emploi de résultats et de techniques d'algèbre et d'analyse a grandement contribué au développement de la géométrie.

La première géométrie plane peut être comprise comme l'étude des ombres sur le sol des objets élémentaires éclairés par le soleil. Ou encore ce sont les projections sur un écran d'objets éclairés par une source de lumière. On notera que ces ombres, sont des formes premières de représentation des objets.

Ces simples mots, écran, projection, sont liés à des objets ou opérations fondamentales en mathématiques. Plutôt que le terme écran, les mathématiciens lui

préfèrent le terme *espace* : les deux termes sont ici synonymes. Cet écran, cet espace peut avoir un nombre quelconque de dimensions : 1, s'il s'agit d'un fil, 2, s'il s'agit d'une feuille de papier, 3, s'il s'agit de notre espace ordinaire, 4, s'il s'agit de l'espace-temps, etc ... .

Fabriquer l'ombre d'un objet sur un espace-écran s'appelle en mathématiques faire une *projection*. La projection est l'opération fondamentale en mathématiques ; les autres transformations en sont des déformations.

Quand on regarde un objet dans un espace de dimension donnée, il est toujours pertinent de le concevoir comme la projection sur cet espace-écran d'un objet (appelé un revêtement) situé dans un espace de dimension supérieure. Et pour connaître les propriétés d'un objet situé dans un espace de grande dimension qui échappe à notre perception, il est de bon sens de le comprendre par l'examen de ses projections sur un espace-écran de dimension moindre accessible à notre perception. Se placer du point de vue de Sirius est ainsi fort utile, et comme chacun sait, pas seulement du point de vue de la mathématique.

## *Les polyèdres*

On est peu informé sur le degré de familiarité des Anciens avec les objets de la nature ayant des formes polyédriques, alors qu'on les rencontre bien sûr dans la neige, dans les cristaux comme ceux du béryl ou quartz et qui auraient pu être montés en bijoux, comme ceux de pyrite, fréquents dans cette Sicile où Pythagore exerça. Le catalogue de pierres donné par le traité par Pline dans son *Histoire naturelle*, serait inspiré d'une œuvre de Xénocrate, le successeur de Platon à l'Académie. Les travaux de l'école grecque en matière de polyèdres pourraient donc bien avoir une part de leur motivation dans la description de la réalité physique.

On rencontre également les polyèdres dans le règne animal : les squelettes des radiolaires ont des formes polyédriques typiques, tout comme les cellules constituant les rayons de miel. Les formes polyédriques sont aussi présentes dans le règne végétal, par exemple dans les pépins de la grenade, un fait que Pline avait déjà relevé, on les trouve aussi dans les bourgeons de fleurs comme par exemple chez *pyracantha*, le buisson ardent.

De telles formes traduisent l'équilibre des forces internes en présence, les centres des polyèdres étant situés au voisinage des points d'équilibre de ces forces. Ces équilibres assurent la remarquable stabilité des polyèdres.

Leurs formes exemplaires, par leur simplicité et leur signification, ont toujours inspiré mathématiciens et artistes. Elles généralisent en quelque sorte celles des polygones réguliers du plan.

Le thème des polyèdres est ici représenté par des oeuvres de Francesco De Comite, George Hart, de Patrice Jeener et de Philippe Rips.

## *Courbes et surfaces*

Les courbes ou bien des surfaces, de nombreuses formes d'objets, peuvent se représenter à l'aide d'équations de différents types.

2.1 Les solutions des équations dites polynomiales, de la forme  $p(x) = 0$  (trouver  $x$ ), où  $p(x)$  est un polynôme de  $n$  degré fini (comme  $x^2 - 2$  ou plus généralement  $x^n + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_1 x + a_0$ ), sont appelées des *courbes ou des surfaces algébriques*.

Certaines sont visualisées par Jean-François Colonna ou par Sylvie Pic.

Développant un algorithme de résolution, Bahman Kalantari a été amené à colorier certains domaines d'approximation des solutions; il en résulte des créations artistiques inattendues qu'on peut voir en relief à travers des lunettes polarisantes.

Un logiciel puissant et différent, le logiciel «Surfer», mis au point par l'école allemande, permet de visualiser ces surfaces algébriques. Hiltrud Heinrich montre les images de quelques objets engendrés par diverses combinaisons de polynômes et obtenues à l'aide de ce logiciel.

2.2 Même si la quantité d'objets algébriques est infinie, ils représentent en fait une part infime des objets mathématiques que l'on peut concevoir. Une autre classe de surfaces algébriques ou non possède un grand intérêt du point de vue physique : ce sont les *surfaces minimales*, comme celles par exemple associées aux bulles de savon et aux mousses: des œuvres de Jean Constant, Patrice Jeener et John Sullivan illustrent ce thème.

2.3 Une autre classe de courbes évidemment fort appréciées sont les *trajectoires* retraçant l'évolution d'événements pouvant être très divers. On rencontrera des visualisations d'ensembles de trajectoires dans des oeuvres de Luc Bénard, Jean-François Colonna et Jos Leys.

2.4 Certaines de ces trajectoires, de ces courbes reviennent sur elles-mêmes, en leur point de départ. On les appelle des *noeuds*. Ils occupent une place importante en électro-magnétisme et en physique quantique.

On les rencontre ici dans des oeuvres de Jean-François Colonna, Tamas Farkas, Slavik Jablan, Dmitri Kozlov, Jos Leys, Philippe Rips et John Sullivan.

2.5 Les trajectoires sont souvent définies par des systèmes d'équations appelées *équations différentielles ou aux dérivées partielles*. Dans ces équations, qui originellement proviennent de la formalisation de phénomènes physiques, sont établies des relations entre des données physiques de ces phénomènes : parmi elles figure au moins toujours la variation instantanée du phénomène en fonction d'un paramètre qui entre dans sa description.

L'étude des mouvements des fluides, les façons dont se propagent les vagues, les ondes diverses, ont fait l'objet de nombreux travaux de la part des physiciens et des mathématiciens. Il arrive que certaines vagues se croisent sans se détruire, on les

appelle des ondes solitaires ou solitons. Leur représentation mathématique, sous la forme d'équations aux dérivées partielles, conduit à des surfaces peu communes, illustrées notamment dans plusieurs tableaux de Jean Constant, Luc Bénard et de John Sullivan.

2.6 La fin de l'introduction à cette annexe porte sur la notion de projection. L'une d'elle, en géométrie, s'est révélée fort utile. Elle est celle de la projection de la sphère sur un plan alors que la source de lumière est située en l'un de ses pôles, par exemple le pôle nord.

Elle a été introduite au premier-second siècle de notre ère par le géographe, astronome et mathématicien Ptolémée pour établir des cartes de géographie, où les angles entre directions sur la terre sont parfaitement reproduits. Elle a été bien traduite sur le plan mathématique par un contemporain de Mozart, Léonhard Euler, un «Empereur des Mathématiques» qui eut dans sa cour un «Prince des Mathématiques», Carl Friedrich Gauss.

Cette projection, qualifiée de *stéréographique*, est illustrée par des oeuvres de Thomas Banchoff et de Jos Leys. Celles de Banchoff montrent le résultat de la projection de la sphère ordinaire (la surface de la terre) sur un plan (espace à 2 dimensions), et, comme celles de Jos Leys, quelques résultats de la projection dans l'espace ordinaire à 3 dimensions, de la sphère de l'espace à 4 dimensions.

Par rotation autour de l'un de leurs axes de symétrie, les *coniques* (cercle, ellipse, hyperbole) engendrent des *quadriques* (sphère, ellipsoïde, hyperboloïde). La projection stéréographique sur un plan d'un hyperboloïde est appelée un *plan hyperbolique* (cf le paragraphe 3).

2.7 Vers la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle, le mathématicien Gaspard Monge a développé une nouvelle technique de représentation des formes dans l'espace usuel. Elle fait appel à deux projections de la forme, l'une dans un plan horizontal, l'autre dans le plan vertical. Par ce moyen, et utilisant les propriétés de la perspective linéaire, on peut représenter de manière très précise les intersections de formes, par exemple celle d'un cylindre et d'un tore ou d'une sphère. Cette représentation porte le nom d'«épure», et la théorie est celle de la «géométrie descriptive». L'arrivée des ordinateurs a rendu caduque l'emploi de cette technique. Enseignée autrefois, elle a permettait la réalisation de dessins très fins, tels que ceux réalisés par Boris Assanchev.

## *Les pavages*

Un thème étudié en géométrie, et qui trouve seulement en partie l'origine de son développement physique dans les travaux des cristallographes, est celui de la manière dont on peut remplir un espace par des domaines aux formes précises appelés carrelages, pavés (ou souvent tuiles par les anglo-saxons). Ce peut être des polygones dans le plan, des polyèdres dans des espaces de dimensions plus élevées,



des objets en général présentant des symétries, déformations en quelque sorte des polyèdres.

Ce thème est ici illustré par des œuvres de David Austin & Bill Casselman, Patrice Jeener, Tamas Farkas, Michael Field, Jos Leys, Milène Poenaru, John Sullivan et Richard Wright.

Le support géométrique de la théorie de la relativité est la géométrie dite hyperbolique, celle qui est présente sur cette sorte de vase parfait qu'est la surface d'un hyperboloïde de révolution à deux nappes. La projection stéréographique de cet objet conduit à une représentation plane appelée le plan hyperbolique de Poincaré-Beltrami. On peut réaliser différents pavages de ce plan: Jean Constant, Jos Leys, Irène Rousseau, Radmilla Sazdanovic nous montrent de tels pavages tapissés de diverses mosaïques.

### *À mi-chemin de la topologie, perspective et géométrie projective*

En développant la théorie mathématique de la perspective, les artistes de la Renaissance ont assis leur art sur une théorie scientifique. Ils ont pris conscience, comme apparemment des artistes grecs l'avaient fait avant eux, que deux points, situés sur la même trajectoire lumineuse passant par l'oeil, ont la même image sur la rétine.

Autrement dit, on retrouve ici la notion de projection, tous les points de la même droite lumineuse sont projetés en un seul point. Appelons ce point, point de projection.

Un espace projectif, que je préférerais appeler un espace projeté, est un ensemble constitué de points de projection. Tout comme la partie de la rétine qui en donne l'image, la surface du mur que j'ai devant moi peut être considéré comme un morceau d'un espace projectif, puisque toute droite lumineuse passant par mon oeil le frappe en un seul point, projection de tous les points de cette droite.

Le géomètre pourra introduire sur cet espace des considérations de distance, le topologue ne s'en préoccupera pas.

La théorie classique de la perspective n'est bien adaptée pour les peintres qu'à la représentation sur des surface planes du spectacle qui se présente à eux. La technique a été quelque peu étendue par le peintre Dick Termès : il peint, non pas sur des toiles planes mais sphériques, son environnement visuel complet, aussi bien ce qui lui fait face, que ce qui est derrière, dessus, dessous, sur les côtés. On montre dans ce catalogue la photographie de l'une des sphères de Dick Termès, celle qu'il avait pu nous prêter pour nos premières expositions, comme la toute première en 2002 à l'Institut Henri Poincaré.

## *Le point de vue topologique*

Le topologue s'intéresse à la constitution des objets sans référence à leur taille. Peu importe pour lui que la sphère soit grande, petite ou déformée sans déchirure. C'est dans cet esprit qu'ont été conçues différentes courbes et surfaces.

C'est le cas de la plupart des noeuds déjà évoqués au paragraphe 2.4, et du ruban de Möbius dont Philippe Charbonneau a donné une matérialisation inscrite dans une résine.

La surface de Boy, représentée par exemple par une des gravures de Patrice Jeener, a été conçue au début du 20-ième siècle comme objet topologique représentant le plan projectif dont, par exemple, est un morceau de la surface du mur évoqué au paragraphe précédent. La «sculpture» en fils métalliques de François Apéry montre une matérialisation de cette surface. Un travail de Philippe Rips, basé sur quelques-unes de mes considérations, en donne une illustration beaucoup plus partielle, quasi symbolique.

La surface de Boy apparaît comme un intermédiaire essentiel dans la première solution donnée d'un problème purement topologique : retourner une sphère, analogue à un ballon de baudruche, sans la pincer ni la déchirer de sorte que la face intérieure devienne la face extérieure, et vice-versa.

On permet toutefois à la membrane de se traverser elle-même, on est alors proche de transformations qui adviennent en embryologie. Ce mode de retournement est illustré par des œuvres de François Apéry, Richard Denner, Patrice Jeener et d'Anatoly Fomenko qui représentent un objet intermédiaire au cours de ce retournement appelé la surface de Morin. L'optimisation des transformations réalisées au cours du retournement a conduit à la réalisation d'un film remarquable d'où sont extraites les deux dernières images de John Sullivan.

## *L'univers fractal*

A l'aide par exemple de procédures récurrentes, on parvient à fabriquer des objets présentant des propriétés d'auto-similarité : à des échelles très différentes d'observation de ces objets, on observe la présence des mêmes formes, un phénomène très présent dans la nature. L'une des raisons essentielles en arrière-plan de la présence de situations fractales est ainsi la stabilité. Le royaume du fractal est illustré ici par des œuvres de Jérémie Brunet, Denise Demaret-Pranville, Luc Bénard, Geraud Bousquet, Jean-François Colonna, Anatoly Fomenko, François Tard. Les divers types de pavage hyperbolique déjà rencontrés sont de même nature, le passage à l'étape  $n$  de la taille d'une forme à la suivante étant caractérisée par un facteur réductif  $r_n$  inférieur à 1. Dans le cas des pavages standard du plan ordinaire, une forme élémentaire d'auto-similarité est présente puisque le même motif est répété, mais il s'accomplit ici sans réduction de taille.

Pour quelques compléments consulter :

<http://www.math-art.eu/Documents/pdfs/ConferenceSaverne.pdf>

<http://www.math-art.eu/Exhibitions/expoIHP2010/pdfs/Catalogueexpo.pdf>

## SUR LES LIENS ENTRE MATHÉMATIQUES & ARTS

### INTRODUCTION<sup>1</sup>

*Architecture ou Musique ? Peinture ou Sculpture ? Lequel de ces arts aurait, le premier, contribué à féconder les Mathématiques, ou bien, à rebours, aurait puisé dans cet art intellectuel et bien avant ses rivaux, techniques et inspiration ?*

*Sans aucun doute, d'agréables conversations, érudites et fort animées, contribueront à forger des réponses à ces questions. Le fait est que, dans le cours de l'histoire, le développement des arts classiques a été concomitant avec celui des mathématiques. Ainsi, l'époque de la Renaissance a été particulièrement féconde avec la redécouverte des polyèdres et la création de la théorie de la perspective linéaire. Les tableaux et gravures de ce temps sont nombreux qui illustrent ces avancées de la science, et témoignent de la symbiose entre peinture et mathématiques : souvenons-nous par exemple de la fameuse gravure au burin de Dürer intitulée « Mélancolie » (1513-1514), si riche par son contenu et par ses allusions, souvenons-nous aussi du magnifique tableau de Jacopo de Barbari (musée de Naples) : le personnage central en est Luca Pacioli, le mathématicien du XV<sup>ième</sup> siècle auteur d'un ouvrage célèbre illustré par Léonard de Vinci, « Divine proportion ».*

*Le XIX<sup>ième</sup> siècle développe la Géométrie différentielle, introduit la Topologie et l'Algèbre dans son sens moderne : de nouveaux objets mathématiques sont créés. Surface de Scherk, Bouteille de Klein, Cubique de Cayley, Plan hyperbolique, sont quelques noms d'objets familiers pour les mathématiciens, et que l'on découvre alors. Il faudra attendre un bon siècle pour que les artistes s'emparent de quelques-uns de ces objets ou de ceux de leurs familles. Salvador Dali, avec sa toile représentant l'hypercube, Mauritz4Escher utilisant la richesse des pavages du plan hyperbolique font figure de pionniers géniaux.*

*De très nombreux nouveaux objets mathématiques font leur apparition au cours de la seconde moitié du XX<sup>ième</sup> siècle : les familles des noeuds et des surfaces minimales par exemple s'accroissent considérablement. Le lecteur pourra consulter le site [www.isama.org](http://www.isama.org) où il découvrira, peut-être avec surprise, le très grand nombre d'artistes, peintres, sculpteurs ou architectes, qui ont trouvé la matière de leurs oeuvres dans cet univers mathématique récent.*

---

<sup>1</sup> Ce texte est une version un peu remaniée de l'introduction qui figure dans le catalogue de la première exposition « Mathématiques et Arts ».

*Par la beauté de leurs réalisations, par leur renommée, ces artistes contribuent ainsi à faire connaître à tout un chacun des formes originales et inattendues, la pureté de leurs lignes, la perfection de leur équilibre, l'étonnante diversité de ces objets mathématiques, incarnés dans la pierre éclatante, dans le métal étincelant, ou révélés par le dessin, par le jeu des couleurs, gaies, vives et chatoyantes. L'art mathématique contribue ainsi à renouveler l'art plastique. Et nul doute qu'au fil du temps plus nombreux seront les artistes à trouver une part de leur inspiration auprès des oeuvres mathématiques. Cette exposition, parmi les premières dans son genre, en annonce sans doute d'autres dans le futur et dans la même veine.*

*Mais également, en dévoilant son étendue, en révélant le caractère très concret et fascinant de son contenu, une telle exposition contribue à réconcilier le public avec le monde mathématique, dont l'image reste encore souvent faussée par le jugement mal fondé. L'exposition présente aussi un intérêt de curiosité qui pourrait inciter de jeunes ou de moins jeunes mathématiciens à approfondir la connaissance de leur univers de travail et de passions, à engager de nouvelles recherches.*

5

*L'un des traits évidemment marquant d'un grand nombre d'oeuvres qui sont présentées est l'absence de référence immédiate aux objets familiers. Que ce soient les oeuvres des mathématiciens artistes en particulier n'est guère étonnant. D'aucuns seront acquis au caractère acéré de leur beauté. D'autres préféreront peut-être des oeuvres plus chargées d'affects, où le monde sensible est présent, en même temps que s'y déploient les créations de l'imagination proprement humaine.*

*Si les exposants sont parfois également d'authentiques mathématiciens, comme François Apéry, Thomas Banchoff, Bahman Kalantari, John Sullivan, ou bien de grands connaisseurs de l'univers informatique comme Jean-François Colonna, il en est d'autres non moins fascinés par le monde des objets mathématiques, qu'ils nous révèlent en tant qu'artistes : ils ont pour noms Philippe Charbonneau, Jean Constant, Patrice Jeener, Jos Leys, Philippe Rips, John Robinson, Sylvie Pic. Les musées du futur abriteront leurs oeuvres premières, dont certaines resteront comme des références, au même titre que certaines des grandes créations du passé.*

*Les soubassements mathématiques des oeuvres sont parfois très distincts. Elles ont trait pour la plupart d'entre elles à la géométrie moderne, ici penchée sur la théorie des courbes et des surfaces, et sur celle de leurs extensions dans les espaces à plusieurs dimensions, sur leurs propriétés topologiques. On rencontre l'image d'une très belle sculpture de John Robinson, épurée, celle d'un objet que les mathématiciens appellent un noeud, en l'occurrence le noeud de trèfle. Curieusement, ce même nœud apparaît à plusieurs reprises, de manière cachée ou bien très visible comme parfois chez Philippe Rips et Jos Leys. On doit à ce dernier une des plus récentes des images de couverture des Notices de l'American Mathematical Society, celle de Janvier 2007. Cette image, issue d'une collaboration avec le mathématicien lyonnais Etienne Ghys, se rapporte à la représentation des mouvements, des trajectoires que suivent les objets dans leur évolution au cours du temps ; elle montre certaines d'entre elles qui s'enroulent autour de ce fameux nœud de trèfle. D'autres œuvres de Jos Leys, comme celles de la série des Indra's Pearls, également*

*préparées avec et pour les mathématiciens américains David Mumford et David Wright, nous montrent d'éclatantes illustrations se rapportant aux nombreuses manières de remplir un disque avec des cercles.*

*Ce disque est à nouveau présent dans les oeuvres de Jean Constant où l'on voit ce que deviennent, par le regard lumineux et l'imagination d'un artiste authentique et fécond, les pavages du plan hyperbolique, étudiés à la fin du dix-neuvième siècle par le mathématicien allemand Félix Klein. Admirons aussi le parti surprenant et riche que Jean Constant tire de l'un des polyèdres platoniciens parmi les plus importants, l'icosaèdre.*

*Ce même icosaèdre a servi de trame à Philippe Rips pour concevoir ces noeuds parfaits à cinq feuilles, qui font penser à des hélices ; toutes ses œuvres en métal relèvent également de la géométrie flexible, antisismique : on les plie, on les tord, on les écrase, elles reprennent leur forme initiale dès qu'on supprime les contraintes de déformations.*

*Les mathématiciens, parfois un peu magiciens, savent retourner une sphère élastique sans la plier ni la déchirer : François Apéry et John Sullivan montrent par une sculpture métallique étincelante, d'une conception tout à fait originale, ou par une image étoffée à la manière des tapisseries, des moments privilégiés de ce retournement. La notion d'extrémalité, qui n'est pas sans lien profond avec celles de stabilité, d'optimalité et de symétrie, est très présente dans leurs réalisations, comme dans ces images de bulles de savon de Sullivan, étonnantes par le rendu de la transparence et de la lumière, tout comme dans les gravures de Patrice Jeener, d'une clarté provençale, où la contemplation statique (vue d'Arpanon, hypercube, surface de Boy) s'oppose au regard dynamique (oliviers et surfaces minimales), par nature beaucoup plus vif et vivant. La géométrie dite algébrique, car elle fonde ses démonstrations sur les propriétés structurales des objets mathématiques, n'est pratiquement ici représentée que par une seule oeuvre, très élégante et lumineuse, celle de Philippe Charbonneau, basée sur une représentation du ruban de Möbius. De leur côté, Thomas Banchoff et Davide Cervone ont consacré ces quinze dernières années l'essentiel de leurs activités, dans les domaines de la topologie et de la géométrie, à la visualisation d'objets et de phénomènes présents dans des espaces de dimension parfois plus élevée que celle de l'espace usuel, et aux formes souvent inhabituelles. Ces visualisations, par leur beauté intrinsèque, ne peuvent que stimuler la créativité artistique, elles aident aussi les mathématiciens eux-mêmes à se familiariser avec le contenu de ces espaces.*

*Jean-François Colonna a également réalisé d'abondantes visualisations pour les physiciens et les mathématiciens ; son catalogue en contient plus de deux mille ; savamment retravaillées, retouchées, elles sont devenues de véritables oeuvres d'art, dont certaines sont déjà célèbres ; captivantes, elles ne cessent de faire chez nous l'objet de très nombreuses expositions.*

*Enfin, pour la résolution d'un problème classique, trouver les valeurs de l'inconnue qui annulent un polynôme, Bahman Kalantari a étendu une méthode déjà employée par Newton dans un cas simple. L'algorithme s'accompagne de la création de domaines que l'on peut colorier. Les résultats visuels sont parfois fascinants. Le procédé est également ludique et instructif.*

*Dans tous ces exemples que nous venons de rencontrer, les mathématiques sont au service de l'art, qui, reconnaissant, vient épauler les mathématiques.*

*Au sortir de cette exposition, le visiteur ne manquera pas de s'interroger encore sur les raisons de l'activité artistique de l'homme dont on apprécie à nouveau la diversité des manifestations. Il n'est pour moi pas de doute que l'une des motivations parmi les plus profondes qui la sous-tend est, liée à la nécessité, la volonté de saisir l'espace, de le maîtriser, ce qui implique sa compréhension, fille aînée de sa représentation.*

*C.P. Bruter*

*Allocution prononcée le 20 Février 2009 lors du vernissage de la seconde exposition tenue à la Galerie Christiane Peugeot.*

Madame Christiane Peugeot, Mesdames, Mesdemoiselles, Messieurs, Mes chers Amis,

Permettez-moi, avant tout, de remercier Christiane Peugeot et toutes les personnes qui l'entourent, de nous accueillir dans ce lieu, marqué par la générosité et l'ouverture d'esprit. Tous les artistes qui ont exposé ou exposent ce soir vous font part de leur reconnaissance.

Merci aussi à tous d'être venus si nombreux, et parfois de loin. Je suis heureux de vous retrouver ce soir auprès de ces très belles œuvres dont on appréciera toutes les richesses, qu'elles soient mathématiques, de composition, ou picturales.

Leurs créateurs les plus éloignés, qu'ils vivent à Anvers, La Motte Chalancon ou Montréal n'ont pas pu venir, parfois par un empêchement imprévu. Seuls par conséquent Philippe Rips qui a réalisé les beaux objets placés dans la vitrine, Jean-François Colonna qui habite tout près de l'Ecole Polytechnique, et François Tard, le plus parisien peut-être des trois, sont présents ; ils répondront avec brio à toutes vos interrogations concernant leurs œuvres et la manière dont ils travaillent. Cerise sur la gâteau, Jean-François nous a apporté une œuvre supplémentaire, une surprenante image en relief.

De par l'absence des autres artistes, je me dois de dire un mot bref sur leurs travaux. Le cas de Patrice Jeener est particulier: c'est un graveur, un des derniers qu'ait produit l'école française, et le seul graveur au sein de la communauté internationale des artistes scientifiques. Fasciné par la pureté des lignes, il s'est efforcé d'abord de reproduire les objets mathématiques dans leur nudité. Ses domaines de prédilection sont naturellement géométriques au sens large: les polyèdres, incarnés dans la nature sous la forme des cristaux, les surfaces topologiques comme celles de Boy et de Morin qui apparaissent dans les solutions du problème posé par le retournement de la sphère, les surfaces minimales, Patrice en a découvert quelques-unes. Six de ses œuvres exposées montrent un florilège de ces surfaces minimales: on les rencontre dans la nature prêtant leur forme aux coquillages ou, m'a-t-il semblé, aux vieux bois.

Les autres artistes travaillent un peu différemment puisqu'ils manient la couleur. L'anversois Jos Leys utilise les palettes données par les logiciels comme par exemple le logiciel Power Ray. Utilisant leurs algorithmes, il travaille avec les mathématiciens, pour lesquels il fournit de magnifiques illustrations. Celles qui sont

exposées se rattachent à une autre problématique générale que celle de la recherche d'objets : comment la nature remplit-elle l'espace ?

Cet espace peut être celui sur lequel nous déplaçons : un sol plan, un sol ayant la forme d'un grand vase, on dira que ce sol est hyperbolique, ou bien un sol ayant la forme d'une sphère, mais placée dans un espace à 4 dimensions. Si la sphère était placée dans notre espace usuel, on pourrait la remplir de cercles, les deux pôles de la sphère étant des cercles singuliers de rayon nul. Une sphère de l'espace à 4 dimensions peut être feuilletée par des courbes fermées un peu plus compliquées que le cercle et qu'on appelle des nœuds de trèfle, on en voit un dans la vitrine, matérialisé par Philippe Rips. Deux tableaux de Jos, Seifert et Matrix 3, sont relatifs à ce feuilletage. Papillons 1 et 2 sont des œuvres à la Escher, relatifs au pavage de représentations d'un sol hyperbolique. Penrose 1, fait en dentelle d'Anvers, se rapporte au pavage d'un sol habituel plan. Les autres tableaux sont issus de versions particulières de la problématique générale, elles ont été introduites par Félix Klein à la fin du 19<sup>ème</sup> siècle : comment remplir complètement un domaine fermé avec des billes, ou s'il est plan avec des cercles, qui savamment coloriés, donnent l'impression de billes, de perles. Dans cette série, le tableau Indra Family a servi d'affiche au congrès international des mathématiciens tenu à Madrid en 2006.

Jean Constant et Luc Bénard travaillent également avec des logiciels produisant des formes mathématiques, comme par exemple ceux écrits par l'éminent mathématicien Richard Palais. Mais il les retravaillent savamment sur le plan de la forme, sur le plan de la couleur, et ils créent des compositions très originales, des spectacles toujours nouveaux, inattendus, faisant appel à toute la richesse des objets présents dans l'univers mathématique. On admirera leur inventivité, leurs jeux de lumière.

Le fait est que nous sommes ici en présence d'une petite pléiade de créateurs, reconnus, très recherchés par la communauté scientifique locale et internationale

Ainsi grâce au talent inventif de ces artistes, nous pénétrons un peu dans le monde fabuleux des mathématiques. Permettez-moi avant de nous quitter de dire un mot sur ces expositions en général et sur les mathématiques.

Ces expositions représentent la part la plus facile à réaliser d'un projet soutenu par un panel international de mathématiciens, et qui vis à créer, sur un domaine assez étendu, un musée des mathématiques. Un musée éclaté en ce sens que chaque salle est maintenant devenue un petit bâtiment à l'échelle humaine, ce qu'on appelle une folie, dont l'architecture et le contenu décoratif sont entièrement définis par les mathématiques. Un des objectifs de ce projet est de contribuer à abaisser sinon à effacer les barrières psychologiques qui séparent le grand public des mathématiques, en faisant appel à toutes les ressources des arts. Soyez d'ailleurs convaincus que la majorité des mathématiciens considère que leur discipline est également une forme d'art.

Mais elle aussi une forme de physique abstraite. Il existe une sorte de flèche qui transpose le monde physique dans le monde mathématique, qui en assure la présentation et la représentation. C'est bien sûr l'homme, le mathématicien, qui est le support matériel et actif de cette flèche.

Mais il existe une autre flèche, dans le sens inverse, qui donne une présentation de l'univers mathématique dans l'univers matériel, qui permet d'incarner le monde mathématique au sein du monde matériel. Là encore, ce sont des hommes, passionnés et doués, pénétrants, qui sont les acteurs de ce reflux enrichissant.

La mathématique apparaît donc comme une sorte de miroir : l'homme est à la fois le support du rayon incident qui envoie l'univers matériel sur le miroir, et le support du rayon réfléchi qui renvoie l'image sur l'univers matériel.

Rayons incidents et réfléchis n'ont pas tout à fait les mêmes propriétés, car, si les rayons incidents modèlent le monde mathématique, les rayons réfléchis ont le pouvoir à leur tour de modeler l'univers matériel.

Il existe donc, via l'homme, une transformation du monde matériel dans le monde mathématique, et la question se pose de savoir s'il existe des invariants locaux ou globaux pour cette transformation.

Mais revenons à notre exposition. Les tableaux que vous allez voir ou que vous avez vus vous laisseront sans doute quelques traces dans votre subconscient, dans votre regard et peut-être dans vos interrogations sur le monde. Le contact avec ces œuvres est ce soir bien rapide. Mais lorsque l'on devient familier avec chacune d'elles, alors à travers ces toiles rayonnent l'intense activité intellectuelle et chaleureuse de leurs auteurs, les formes subtiles des variations incessantes de leur sensibilité.

L'art moderne, car nous sommes ici en présence de l'art moderne dans sa vérité, est ainsi profondément chargé d'humanité. Merci.

*Extrait de l'introduction à l'exposé fait au Lycée de Saverne le 9 Mars 2010*

Une petite citation d'Aristote, empruntée à son traité de Métaphysique, servira d'exergue à cet exposé : «Les formes les plus hautes du beau, dit-il, sont l'ordre, la symétrie, le défini, et c'est là surtout ce que font apparaître les mathématiques».

L'incarnation des mathématiques dans l'art n'a cessé d'être présente depuis l'aube de l'humanité. Dans l'antiquité, on citera la construction des pyramides et des temples, la réalisation des frises et de multiples pavages, des mosaïques. Chacun a entendu parler du nombre d'or qui a fasciné tant d'artistes, le sculpteur grec Phidias sans doute, Michel-Ange et Léonard de Vinci certainement, récemment l'architecte Le Corbusier, pour ne citer que des noms célèbres. Les quinzième et seizième siècles ont connu un âge d'or, avec l'introduction par les artistes de la théorie mathématique de la descriptive, son usage en peinture, la redécouverte des polyèdres et leur inscription dans les œuvres de cette époque. Qui ne connaît pas les noms de Piero della Francesca ou de Dürer. Un nouvel âge d'or se développe au vingtième siècle et s'étoffe avec vigueur aujourd'hui. Cubistes, constructivistes font encore appel à des formes mathématiques simples, mais déjà les sculpteurs Pevsner et Gabo créent des surfaces réglées plus élaborées, Dali fait venir chez lui des mathématiciens, et Escher plonge ses œuvres parmi les plus célèbres dans la géométrie hyperbolique. En matière d'architecture, les mathématiques ont donné leurs formes au Palais du CNIT



à La Défense, aux réalisations admirables des opéras de Sydney en Australie et de Valencia en Espagne. On assiste aujourd'hui à une création foisonnante d'oeuvres inspirées par les mathématiques, dont l'univers est peuplé d'une infinité d'objets plus surprenants les uns que les autres. Ils sont si nombreux, si divers dans leurs propriétés que les mathématiciens sont loin de les connaître tous. Tout comme le grand public, ils ont plaisir à les découvrir dans leur éclat grâce au travail des artistes qui, par la justesse et la pureté de leurs dessins, leurs jeux des couleurs, nous font découvrir leurs beautés cachées.

Ces quelques mots d'introduction laissent entrevoir l'immensité du sujet à traiter, les rapports entre les mathématiques et l'art. Plutôt que de trop rester dans les généralités de la fresque, je me propose d'examiner plus en détail deux points : dans le premier, j'évoquerai brièvement, quelques dénominateurs communs aux arts et aux mathématiques, dans le second, je montrerai la profondeur et l'étendue des potentialités artistiques et mathématiques contenues dans deux gravures, exécutées il y a 18000 ans.

*Allocution prononcée le 1er Février 2012 lors du Vernissage de l'exposition tenue à la Mairie du Ve arrondissement de Paris.*

Monsieur le Maire, Mesdames, Mesdemoiselles, Messieurs,

Tous les présents ce soir, se joignent à moi pour vous remercier, sincèrement, de nous avoir offert, avec votre soutien complet, la possibilité de présenter cette exposition en ce lieu quelque peu symbolique car il porte le nom d'un juriste et résistant célèbre. L'exposition consacre des oeuvres d'art plastiques, inspirées par la beauté des objets mathématiques que ces oeuvres matérialisent et nous révèlent.

Accompagnée d'exposés originaux d'initiation aux mathématiques faits devant des élèves de classes primaires, de collèges ou de lycées, l'exposition s'inscrit dans le cadre des activités de la Société Européenne pour les Mathématiques et les Arts, l'ESMA, porteuse également d'un projet déjà ancien de Parc Mathématique que, semble-t-il, nos collègues russes s'apprêtent à réaliser. Il m'est impossible, en quelques minutes, de décrire la richesse informatique, artistique, mathématique et scientifique de chacun des tableaux parmi la centaine qui sont sous vos yeux, de chacune des sculptures parmi la trentaine qui sont exposées, en un mot de faire valoir la diversité, la signification, et le degré d'originalité des oeuvres présentes dans cette exposition, d'art moderne, s'il en est, tant par son contenu que par les techniques mises en oeuvre, d'art abstrait, selon l'apparence, car la mathématique est une manière de physique abstraite, et les objets de son univers ont des liens parfois peu immédiats mais profonds avec notre environnement physique. Chacun des critères, informatique, artistique, mathématique, permet bien sûr de fonder le jugement porté sur une oeuvre.

Je ne pourrai pas non plus évoquer quelques-uns des fondements des relations entre les mathématiques et les arts, et les activités humaines d'une façon plus générale.

Mais en cet instant, puisque nous nous trouvons dans la salle René Capitant, permettez-moi d'esquisser très rapidement un parallèle entre les activités de ce grand juriste et celles des mathématiciens.

Chacun connaît la rigueur morale et logique du raisonnement du juriste, elle a bien sûr son pendant dans l'argumentation du mathématicien qui doit prouver. Qui par ailleurs, pense et dit résistance, évoque une matière difficile, un chemin parsemé d'obstacles à franchir, parfois dangereux, une persévérance à tout épreuve. Les mathématiciens, certes, ne connaissent pas dans leur vie professionnelle en général les malheurs et les violences physiques qu'ont eu parfois à subir les résistants aux diverses oppressions. Mais ils rencontrent constamment l'obstacle intellectuel qu'est l'affirmation à justifier que nous appelons conjecture. La renommée le rapporte: des siècles de lutte ont parfois été nécessaires pour venir à bout de certaines de ces conjectures, comme celles de Fermat et de Poincaré. La persévérance gagne quand elle repose sur l'intuition profonde du vrai qui renvoie à la réalité, et du juste qui renvoie à la stabilité, le vrai et le juste qui, selon Platon, participent du socle de la Beauté bienfaisante, dont nous avons tant besoin dans les temps difficiles, et que nous rencontrons souvent, rayonnante, dans l'univers aérien de nos mathématiques. Je vous remercie.

# *Première Partie*

## *Modèles et Petites Sculptures*

Le catalogue distingue ces objets des tableaux faits mains et des oeuvres imprimées sur papier.

La fabrication de Modèles et Petites sculptures fait d'abord appel à un savoir et une habileté technique supplémentaire, impliquant notamment la connaissance des propriétés mécaniques, physiques des matériaux employés.

Cette réalisation matérielle d'objets, simplement figurés dans les oeuvres imprimées, leur confère par ailleurs un avantage pédagogique important. Alors qu'on ne voit en général qu'une seule face d'un objet mathématique dans sa représentation imprimée, sa représentation matérielle en 3D permet de l'examiner attentivement sous plusieurs angles - on appréciera la modestie du terme plusieurs -, et d'en avoir ainsi une imprégnation et une connaissance beaucoup plus intimes.

C'est le cas en particulier des modèles et sculptures réalisés en fils, quels que soient les matériaux qui constituent ces fils, et qui permettent de voir non seulement, par une effet optique de globalisation, l'objet par son enveloppe extérieure, mais également de découvrir sa structure intérieure, qui serait masquée par l'opacité de l'enveloppe extérieure.

Des illuminations de ces objets, leurs projections sur des écrans permettent en outre de faire voir quelques-uns de leurs divers contours apparents, d'abord sans doute quelques notions mathématiques liées à ce mode d'observation des objets, également de faire prendre conscience de la place et du rôle des ombres dans notre appréhension de la réalité physique et intellectuelle du monde.

Ces modèles et petites sculptures, notamment les déformables, présentent ensuite l'originalité de pouvoir être facilement manipulées, ce que tout le monde adore faire, et cela d'autant plus qu'on est plus jeune. Ces outils pédagogiques mériteraient donc d'être produits en quantité suffisante pour que tous puissent en découvrir les contenus et les charmes, ce qui pourrait nécessiter également une certaine adaptation des cursus pédagogiques.