

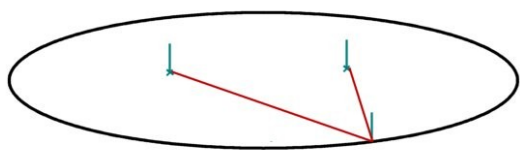
Chapitre 6

SUR LE MONT CIRCUS

Du côté de la Dordogne en France, dans le pays du sieur de Siorac et de son ami Sauveterre, tout comme aussi du côté du pays basque, se trouvent sous terre d'immenses grottes et cavernes. D'un blanc pur ou plus souvent teintées d'ocre pâle, stalagmites et stalagmites illuminées donnent à ces espaces voûtés un aspect féérique. Parfois les traverse une rivière silencieuse, venant alimenter un lac immobile. En ces lieux autrefois inviolés, le temps semble s'être arrêté.

Le mont Circus est comme un grand couvercle assez rond, posé sur le toit d'une immense caverne. Un téléphérique vous monte jusqu'à celle-ci. Son intérieur a été aménagé. On y sert des repas chauds. Dans un coin de la salle, sur une estrade surélevée, acrobates et jongleurs divertissent le public. En colimaçon, grimpe un escalier gravé dans la pierre. Il débouche au milieu du grand rocher presque plat. On y retrouver l'air libre et léger des hautes montagnes.

La vue est d'autant plus impressionnante, parfois terrifiante, que tout regard situé près du bord du rocher plonge dans l'abîme. Qui ferait un pas de trop tomberait comme une pierre sans défense, bien loin vers le bas, s'écrasant sur les rudes et sombres aspérités du sol, sans que nul ne l'entende. Des flancs de ces parois, jaillissent ici ou là d'étranges et repoussantes gargouilles glacées.



A égale distance du milieu du rocher, en ces seuls endroits où le roc est légèrement bombé, deux solides pics de montagnard ont été plantés. Des noms leur ont été donnés. L'un est doré, il s'appelle le pic Képler. Le second, recouvert de nickel, est dénommé Newton.

Kangourou, Sphalos et Céphaline pensèrent alors au bicône qu'ils avaient évoqué la veille, un bicône à vrai dire ici très aplati, la toile de tente fort peu pentue d'un cirque à deux chapiteaux. Les deux pics en matérialisaient les deux singularités. D'ailleurs, pour protéger des intempéries les arrivants sur ce bicône, une guérite avait été érigée à la sortie de l'escalier, guérite que surmontait un bicornes !

Des cordes, de grandes et diverses longueurs, joignaient le pied de l'un des pics à celui de l'autre. Tout visiteur devait s'y attacher. Ces cordes empêchaient de quitter le rocher quiconque s'approchant des abîmes effrayantes. Par précaution

supplémentaire, l'accès au rocher était interdit les journées de vent violent et mugissant. Lorsqu'elle se libérait de ses chaînes, la force des bourrasques était imprévisible.

Kangourou arriva le premier, suivi de Sphalos, puis de Céphaline éblouie. Ce jour-là, l'air était immobile. Soleil rayonnait. Sur la neige éclatante, ses rayons dessinaient l'ombre parfaite des grands pics élancés.

- Salut, chaleureux Soleil ! dit Kangourou. Merci de ta présence, de nous donner un peu de ton énergie, aujourd'hui qu'il fait si froid, surtout ici !
- La nuit, toutes les nuits, vous me tournez le dos, et l'hiver, en trop vous penchant, je ne puis vous chauffer comme il faut. Cela dit, je vois que, quand même, vous avez assez d'énergie pour marcher sur ce roc glacé. Et bien sûr, plus votre énergie est grande, plus loin vous pouvez aller.
- Veux-tu dire, Soleil, que la distance, la longueur du chemin que nous parcourons, et après tout que toute longueur, est une sorte de mesure de l'énergie ?
- Exactement, Kangourou. Tu as compris le fond de ma pensée. Allez, je vous laisse vous promener, et si vous avez quelque question à me poser, n'hésitez pas à m'appeler !

Chacun choisit une corde, s'y attacha solidement. La promenade sur le roc pouvait commencer.

Ils s'approcheraient bien sûr, autant qu'ils le pourraient, du bord de leur plateau enneigé. Entre eux et les deux pics, les cordes seraient tendues au maximum, formant des portions bien rectilignes.

Ainsi la distance de chacun d'eux au pic Képler, augmentée de leur distance au pic Newton, resterait-elle constante, égale à la longueur de la corde qu'ils avaient choisie.

Sphalos avait la plus grande. Kangourou, qui, avec son snowboard, ne pouvait faire que des sauts, avait pris, par prudence, la plus petite. Et Céphaline me direz-vous ? Le spectacle l'impressionnait. Entre Sphalos et Kangourou, elle partit quand même, un peu rassurée.

Ils s'élancèrent tous du même côté de la ligne droite qui passait par les deux pics et le milieu de leur plateau rocheux. Ils s'avançaient, prenant soin de maintenir bien rectilignes les portions de corde qui les reliaient aux pics. Lorsqu'ils durent s'arrêter, tous les éléments des cordes étaient alignés avec la droite passant par les deux pics.

Ils firent demi-tour, jusqu'à devoir s'arrêter à nouveau dans une situation analogue, mais symétrique de la précédente par rapport au milieu du rocher. Ils recommencèrent plusieurs fois ce jeu, changeant parfois le côté de leur parcours par rapport à la ligne qui joignait les pieds des deux pics.

Ils n'y firent pas attention au début, explorant, attentifs et inquiets, tremblant parfois de peur plus que de froid, les vertigineux abîmes que fouillait leur regard. Mais à force de revenir sur leurs traces antérieures, ils s'aperçurent, surpris, que leur dessin ressemblait beaucoup à celui de leurs ellipses devenues familières. Etaient tout du moins ainsi les tracés de Sphalos et de Céphaline, puisque Kangourou ne pouvait que sauter d'un point à un autre.

Kangourou se résolut à appeler son ami Soleil.

- Soleil, toi qui sais tant de choses, ces courbes que nous avons tracées sur la neige ressemblent à nos ellipses. Est-ce que nous nous trompons ?
- Pas du tout, répondit Soleil. Et il y a plus étrange encore.

Chapitre 7

SOUS LE MONT CIRCUS

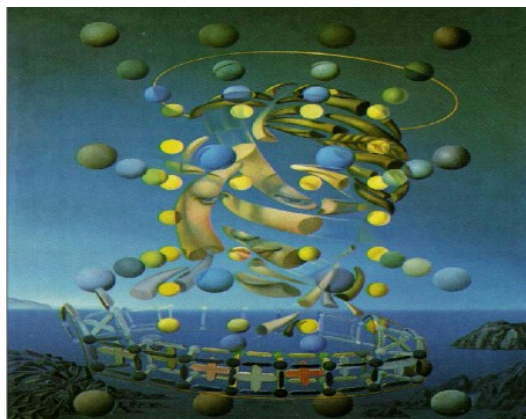
Il étaient au chaud, dans la grande caverne sous le Mont Circus. C'était un lieu gastronomique renommé. La seule viande servie était du vieux bison, les seules boissons apportées, de la cervoise à l'ancienne, et du jus de pomme nouveau. On buvait dans des chopes particulières à cet établissement, des cornes de bison savamment évidées, devenues presque translucides. Seuls les connaisseurs appréciaient les qualités de ce fromage rare, le «rocfort du Mont Circus».

Intimidés, nos trois amis s'attablèrent. Ils commandèrent la célèbre spécialité du cru : le zappi elliptique. On leur apporta d'abord une grand flasque de cervoise et, pour boire, trois cornes de bison. D'ailleurs on voyait des cornes partout, sur toutes les tables, sur tous les murs.

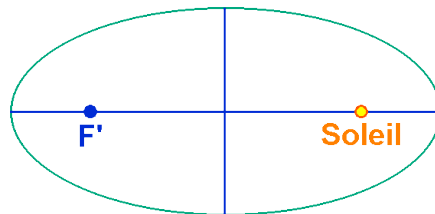
Le visage de Céphaline s'éclaira à leur vue. Nul n'ignore qu'elle avait quelque connaissance en peinture.

- Vous savez, dit-elle à ses compagnons, à quoi me fait penser cette profusion de cornes ? A celles de rhinocéros qui ont obsédé Dali. Il a fait plusieurs tableaux, inspirés je ne sais trop pourquoi par la Madone de Raphael, où apparaissent une multitude de cornes de rhinocéros, plus ou moins déformées. Emportées par un vent tourbillonnaire qui enveloppe la tête devenue parfois invisible de la Madone, elles tournent autour de cette tête à toute vitesse, «à la vitesse maximum» dit Dali. Ces tableaux font quand même moins peur que les à pics qui nous entourent. Tenez, je vais vous montrer l'un de ces tableaux, par exemple celui-ci.

Cépahaline ouvrit son portable, alla sur internet, sur le site de l'ESMA, et leur montra cette image :



- Très chouette, dit Sphalos. Ces cornes me font plutôt penser à des cônes bien droits à base circulaire, mais déformés. C'est cette déformation et ce mouvement qui leur donne vie. Le cône droit est comme figé, rigide, je n'ose pas dire mort, mais je reconnais qu'il est si simple, si riche en symétries apparentes, qu'il est plus facile à comprendre de manière immédiate que la corne de rhinocéros.
- C'est vrai, dit Kangourou, ce cône droit est le modèle des cônes, celui qui inspire et que tente d'imiter tous les autres cônes. Je suis d'ailleurs frappé par l'importance des cônes : les montagnes, les nez et les cornes, tous des cônes ! Et peut-être en ai-je oublié ? Et puis, il y a aussi ces sections de cônes, ces ellipses étonnantes puisque Soleil nous a dit que la Terre tournait autour de lui, et que le chemin qu'elle suivait avait exactement la forme d'une ellipse ! Remarquable encore la position de Soleil par rapport à cette ellipse terrestre !



- Il faudra qu'on aille voir un jour Képler et Newton, ajouta Céphaline, puisque Soleil affirme que ces messieurs sauraient nous expliquer pour quelles raisons la Terre tourne ainsi. En tout cas, on comprend bien pourquoi les emplacements des deux pics qui portent leur nom s'appellent des foyers, puisque Soleil s'y trouve situé pour l'ellipse terrestre, lui qui nous chauffe, et qui fait d'abord chauffer sa cocotte !

Céphaline, mezzo voce, ajouta :

- Je me demande si, à la manière de la Nature, les Romains avaient placé quelque statue rayonnante aux foyers de leurs grandes arènes, le Colisée ? Je rêve d'aller à Rome pour m'en assurer !

La conversation s'arrêta soudain : on leur apportait les zappi elliptiques. Grandes, elles emplissaient l'assiette. La respiration se fit plus forte, les nez s'abaissèrent et se levèrent. Les zappi sentaient délicieusement bon.

Elles n'avaient pas cependant, toutes, exactement la même forme. Deux d'entre elles étaient franchement elliptiques, la troisième était presque circulaire. Les petites piques dorées et blanches, fichées dans cette dernière à l'emplacement de ce que devaient être les foyers, étaient toutes proches l'une de l'autre. Le regard de Sphalos se porta sur la position des piques dans les trois zappi.

Et avant que quiconque ne commence à détruire l'ordonnancement de son assiette, Sphalos, qui, la veille, à la Pâtisserie, avait lancé l'idée du bicône, prit la parole.

- Céphaline, Kangourou, regardez. Le disque solaire, la pièce de monnaie, le disque plat dont le bord est un cercle parfait, ne montrent-ils pas la plus simple et la plus extraordinaire des formes visibles, parce que, par son centre de symétrie, le point le plus au milieu du disque, passe une infinité de droites, de lignes rectilignes qui sont, chacune, un axe de symétrie de cette figure. Cette infinité de symétries internes ne révèle-t-elle pas la stabilité parfaite du disque ? Pour obtenir quelque chose de stable, ne doit-on pas le rendre symétrique ?

Et le centre ici de cette belle symétrie, c'est le point singulier du disque. Si je l'élève au dessus du disque plat, si en somme j'étire vers le haut le disque constitué d'une pâte malléable comme une pâte à modeler ou comme la pâte de ces zappi, de sorte que le point singulier initial qui monte reste un point singulier, alors j'obtiens un cône.

Une gerbe sonore d'objets métalliques tombant au sol, des applaudissements et un brouhaha mirent une brusque fin au discours savant de Sphalos. Un des jongleurs avait fini par perdre le contrôle de ses gestes, mais il avait tenu son jeu si longtemps qu'il avait suscité l'admiration des spectateurs. Ils se détendaient maintenant de manière un peu chaotique après avoir été si immobiles, le regard attentif à la moindre erreur, à la moindre défaillance.

La discussion reprit, la bouche parfois un peu pleine.

- Alors, dit Céphaline, où veux-tu en venir ?
- A ceci. Le point singulier du disque concentre en quelque sorte en lui-même toutes les possibilités de devenir de ce disque. Par son évolution interne, ou par l'effet de facteurs externes, il peut advenir que ces potentialités se révèlent. Comme le fruit qui libère ses graines, qui à leur tour vont donner naissance à de nouveaux êtres, le point singulier peut éclater en d'autres points singuliers.
- Notre poète, murmura Kangourou.
- Le centre du disque, où se trouvent confondus les deux pics, va donc commencer par éclater en deux points singuliers seulement, les foyers, représentés chacun, comme on l'a fait sur le plateau au-dessus de nos têtes, par un pic.

Sphalos sortit un crayon de ses poches, et sur la serviette en papier qu'on leur avait donnée, commença à dessiner un cercle avec son centre, et une suite d'ellipses où l'on voyait les foyers de plus en plus éloignés l'un de l'autre.

- Bien vu, dit Céphaline. Mais il me semble que l'éclatement doit se faire de sorte que la stabilité soit la mieux assurée, c'est-à-dire en conservant le plus grand nombre de symétries possibles.

Comme le centre du disque originel peut conserver encore des ressources d'éclatement, il va rester présent en tant que centre de symétrie pour l'ellipse.

Conserver au mieux la symétrie impose aussi que les nouveaux points singuliers restent à égale distance du centre, et sur une même ligne passant par le centre du disque originel. Cette ligne importante définit ainsi le plus grand axe de symétrie de toute l'ellipse.

Le crayon de Sphalos en main, elle soulignait sur le dessin les éléments importants de son discours.

Que peut-on dire encore ?

Toute ligne qui passait par le centre du disque le coupait en deux points symétriques. La généralité de cette propriété pour le disque souligne son importance. Elle sera donc conservée, au moins partiellement, au cours du processus d'éclatement : toute droite qui passe par le centre de l'ellipse la coupera en deux points symétriques par rapport au centre. Et la ligne perpendiculaire au grand axe, passant par le centre de l'ellipse, deviendra le petit axe de symétrie que nous avons observé à la Pâtisserie du Mont Sirius.

- Ouf ! Tout ça, dit Kangourou. Mais on peut encore ajouter autre chose. Le cercle est le lieu des points dont la distance au centre singulier reste constante, point singulier qui est en fait un point multiple, un point double. Il faut donc compter deux fois la distance d'un point du cercle à son centre où les foyers sont confondus. Quand l'éclatement du centre singulier fait apparaître ces deux points singuliers distincts qu'il détenait cachés, les foyers, la propriété fondamentale de conservation des distances doit être conservée : la somme des distances d'un point de l'ellipse aux deux foyers va rester constante !

- Bravo ! dit Sphalos. Encore une chose. Le cercle lui-même, qui est le bord du disque, comment se modifie-t-il par nos déformations insensibles qui produisent et accompagnent l'éclatement ? Tenez, dit-il, en pointant du doigt le dessin. Regardez, les points de l'ellipse les plus rapprochés du centre sont situés à égale distance des foyers, ils sont sur le petit axe de l'ellipse. Et le cercle dont le centre est celui de l'ellipse et qui passe par ces deux points, ne touche l'ellipse qu'en ces points. Il fait un peu penser à la pupille d'un oeil qui serait elliptique.

Ils se regardèrent tous les trois, les yeux dans les yeux. Le sourire s'afficha sur leurs lèvres, une douce chaleur empourpra leurs visages. Non, la forme de l'oeil

n'était pas celle d'une ellipse, d'une beauté un peu rudimentaire. L'élégance de l'oeil, sa lumière leur paraissaient insurpassables.

Ils avaient un peu mangé tout en parlant, mais surtout beaucoup parlé. Il était temps de boire. La cervoise plut à Kangourou et à Sphalos. Céphaline la goûta, fit la moue, et commanda du jus de pomme. Sur la bouteille, une étiquette: «A la Pomme de Newton».

- N'y a-t-il pas de bouteille «A la cervoise de Képler», demanda-t-elle ingénument ?

Chapitre 8

LA PARABOLE DE LA BOULE DE NEIGE

Ils faisaient l'admiration de tous. Sphalos sur la gauche et Céphaline sur la droite, filaient à toute vitesse, souples et ondoyants, en se moquant des bosses. Sur le dos de chacune, Kangourou entre eux deux les précédait d'un bond, laissant à chaque saut une trace légère.

Vues d'en haut, de part et d'autre d'une ligne toute droite de légers pointillés, ondulaient, symétriques, les traces des glisseurs. Elles se croisaient parfois, dessinant sur la neige, d'agréables arabesques, et même quelquefois les enlacements d'une tresse.

On ne se lassait pas d'admirer ce ballet.

Il y eut quand même une fin, quand les protagonistes songèrent à d'autres jeux. Glisser était très bien, mais sauter encore mieux. Tel était bien sûr l'avis de Kangourou.

On devait s'entraîner. L'on fit un petit mur qu'il fallait dépasser. Quoi de plus naturel, Kangourou hors concours. L'appréhension était forte : glisser oui, sauter non, Spahalos et Céphaline partageaient cet avis. Rassemblant les courages, on se décida enfin. Le mur était solide, pour ne pas s'affaïsser.

Sphalos montra l'exemple. Dans les chaumières encore, on raconte son exploit. Près du feu les conteurs s'en donnent à cœur joie. Et voici leur histoire.

Glissant à tout allure vers l'obstacle sournois, s'élevant dans les airs les skis bien repliés, déguisé en glaçon un troll le heurta. Il frappa le ski droit qui tourna. Ski droit par dessous et ski gauche par dessus, croisés plus solidement que les doigts, se fichèrent dans la neige, et firent faire à Sphalos une pirouette dans les airs. Il plongea tête première, bec ouvert dans la neige profonde. On ne voyait plus que les pattes agitées.

Céphaline fut la plus prompte à lui venir en aide. En fait, dans son trou, Sphalos riait. Ces chutes spectaculaires qu'on appelle des soleils, où skis d'un côté et bonhomme de l'autre s'enroulent et tourneboulent, laissent le plus souvent de joyeux souvenirs. Sphalos fut bientôt rechaussé, et remercia Céphaline d'un retentissant baiser. La journée pouvait continuer.

Kangourou tenait absolument à sauter. Il emmena ses amis à son tremplin préféré. Il s'envolait, impressionnant dans les airs, montait haut et retombait parfait sur la

piste enneigée. La ligne pure qu'il décrivait dans le ciel lumineux semblait avoir été dessinée d'un seul trait par la main d'un grand maître.

C'est en fin de journée, sur le chemin de la Pâtisserie, qu'ils furent assaillis par une bande de joyeux garnements qui s'amusaient à lancer des boules de neige sur tous ceux qui passaient. Ils étaient quand même trop loin pour que les boules atteignent toutes leur but. Elles s'élevaient et retombaient souvent à côté de leurs cibles. Bien rares étaient les boules qui se plantaient dans les bonnets. Qu'importe, ce qui était intéressant était de provoquer, de s'amuser. Céphaline ne fut pas la dernière à se démener et à répliquer. Kangourou était celui qui lançait le plus juste. Sphalos, placide, se contentait de compter échecs et réussites.

Ils en eurent vite assez et abandonnèrent la partie. Profiter des bienfaits du pâtissier était autrement attirant.

Ce soir-là, le Chef aux trois toques avait décidé de présenter ses cônes pleins de chocolat sous trois décors. Ou bien la surface du cône était nappée de sucre blanc, quelques fibres partant du sommet étant rendues visibles sous la forme de filets en chocolat, ou bien au contraire sur la surface couleur chocolat du cône, quelques fibres de sucre blanc couraient en descendant du sommet, ou bien enfin, la surface du cône avait été nappée de sucre teinté en vert, alors que les fibres présentes affichaient le rouge vif.

Céphaline, Kangourou et Sphalos reprirent leur jeu de dégustation-découpe. La coupe transversale aux axes du cône n'avait plus de secret pour eux. C'était toujours des ellipses de taille diverse, voire plus exceptionnellement des cercles, quand la cuillère était bien perpendiculaire aux axes verticaux des cônes.

Ils s'entraînèrent tous trois à faire des sections parallèles aux fibres. Le plus souvent bien sûr, les sections étaient presque parallèles à ces fibres. Les bords de leurs découpes étaient alors des ellipses très allongées, un foyer restant près de la fibre alors que l'autre partait au loin. Faisant et refaisant avec le plus grand soin possible leurs découpes, ils comprirent que lorsque la section devenait rigoureusement parallèle à la fibre, alors le foyer s'en allait très très loin, vers l'infini.

- Vous obtenez non plus des ellipses, mais des courbes qui se rapprochent des ellipses et qu'on appelle pour cela des paraboles, dit le mystérieux Père Noël au sourire en coin qui, comme par hasard, passait par là.

Le temps de se retourner, il avait une fois de plus presque disparu.

Sphalos avait ceci de commun avec le divin Ulysse qui naviguait sur les mers, d'être grec. Il partageait de plus avec lui d'être très fûté. Sphalos fit la comparaison suivante :

- Vous vous souvenez, dit-il à Céphaline et Kangourou, des boules de neige que nous jetions quand nous étions sur le toit du Mont Circus ? Elles s'élevaient dans le ciel puis retombaient au plus profond des précipices, si loin dans les abîmes que nous avions l'impression qu'elles ne finiraient jamais leur course ! Et si la ligne que suivait leur trajectoire était semblable à celle d'une parabole ? Il en serait bien sûr de même pour les lignes des trajectoires que suivaient les boules de neige que nous lançaient nos assaillants tout à l'heure.
- Mais ce serait aussi le dessin de la trajectoire de Kangourou quand il quitte le tremplin pour filer vers le ciel, dit Céphaline.
- Et ne serait-ce pas également le dessin de la trajectoire que suit mon doux chocolat chaud quand je le verse dans ma tasse, s'enquit Kangourou. Je demanderai demain à Soleil ce qu'il en pense. Qu'il est délicieux, ce chocolat !

Chapitre 9

LA DÉCOUVERTE DE L'HYPERBOLE

Ils n'avaient pas de chance aujourd'hui. Les jeunes gens d'autrefois l'auraient fait savoir, s'exclamant : «Pas de bol, aujourd'hui !».

Ce bol n'a rien à voir avec le bol de la parabole. Encore que la forme du bol rappelle un peu celle de la parabole, près de son foyer.

Pour annoncer qu'elle avait, aujourd'hui, beaucoup de chance, la jeune personne d'autrefois aurait dit : «J'ai un super bol, aujourd'hui !» Ce bol a sans doute quelque chose à voir avec celui qu'on remplit de l'onctueuse boisson chocolatée.

Un super bol est un très grand bol, seul l'homme qui a beaucoup de chance peut le remplir d'une énorme quantité d'or. Cet homme a vraiment du bol, si toutefois il n'est pas un grippe-sou grincheux, un avare méfiant ou un accapareur mauvais.

Et puis, il y a l'hyperbole. Elle défie toute concurrence. Elle exagère ! L'exagération est telle que personne n'ose dire : «J'ai de l'hyperbole !»

Et pourtant, Céphaline, Kangourou et Sphalos la découvrirent tous les trois.

Ils n'avaient pas de chance ce jourd'hui, parce qu'une humiditié très froide pénétrait jusqu'aux os, parce que le ciel était bas et gris. Toutes les formes se fondaient dans la neige assombrie.

Soleil, pris de court, n'était pas parvenu à crever l'énorme matelas nuageux qui couvrait tous les Monts. Céphaline, Kangourou et Sphalos n'auraient pas aujourd'hui la réponse à leur question sur la parabole.

Contre mauvaise fortune, il faut toujours faire bon coeur. Autant que faire se peut. Mais que faire, que faire ?

En ces cas, il convient de faire confiance à Céphaline, à toutes les Céphaline. Elles ont la réponse.

- Et si nous faisions quelques emplettes ?

Ils s'en furent derrière Céphaline, en dandinant ou sautillant.

Tous les magasins étaient illuminés, des lumières de toutes les couleurs scintillaient. De toutes les vitrines un air de fête partait. Le mouvement affairé et joyeux animait toutes les rues.

- Où veux-tu aller ? demandèrent Sphalos et Kangourou.
- N'aimez-vous pas les formes élégantes des chaussures, la diversité des bonnets et autres couvre-chefs, toutes ces oeuvres d'art qui accueillent ces fleurs et ces plantes pleines de vie et de fraîcheur ?
- Oui, bien sûr ! répondirent en chœur et en se regardant Kangourou et Sphalos. Ils étaient étonnés que Céphaline n'ait point fait allusion aux bijoux et autres colifichets à oreilles.
- Eh bien alors, suivez-moi !

Dans chaque magasin, la fine Céphaline, pour apaiser ses hôtes, soulignait devant eux les mérites inattendus des objets convoités.

- Regardez ces chaussures. Ne dirait-on pas qu'elles ont en quelque sorte une forme elliptique, bien déformée je vous l'accorde, deux ellipses qui se rejoignent, un foyer devant, à la plante de l'avant-pied, et un autre derrière, au dessus du coup de pied.
- Céphaline, que d'imagination, tu as inventé la chaussure elliptique, je crois que tu vas faire fortune !
- Moquez-vous, moquez-vous ! Vous n'êtes que des benêts, allons voir les bonnets.

Ils la suivirent en rigolant. Rira bien qui rira le dernier. C'est en ce magasin qu'ils restèrent plus longtemps. On y trouvait et des galurins et des bonnets et des casquettes et des chapeaux et des coiffes de toute sorte, pour l'été, pour l'hiver et la demi-saison, à fleurs, à plumes, à pois et à pompons. Egalement quelques miroirs devant lesquels chacun pouvait avancer, reculer, se pencher, se tourner, s'admirer.

Le cercle, le disque, le cylindre, l'hémisphère, l'ellipse, la parabole, tout y était, et bien sûr également le cône bigarré bruyamment porté par les fées et sorcières, les clowns et les fêtards en tout genre, à Carnaval, aux anniversaires, aux mariages, aux premiers des ans nouveaux. On trouvait aussi dans les cônes l'affreux capirote espagnol tout noir, ou, au contraire, l'élégant hennin, à la mode il y a plus de six cents ans, qu'on appelle parfois aujourd'hui, figée dans son architecture, la coiffe d'Apollonius. Elle était secrètement la préférée de Céphaline, même si, aujourd'hui, porter cet haut accoutrement lui paraissait dénué de sens.



La fleuriste chez qui ils se rendirent avait aussi une magnifique collection de vases. Les matériaux les plus divers s'y rencontraient. L'argile du potier faisait bon ménage avec le béton mat, le métal étincelant ou le cristal jouant avec la lumière.

Les formes étaient aussi les plus diverses. Des cylindres de toutes sortes, à base le plus souvent carrée ou circulaire, avoisinaient avec des cônes plus ou moins ouverts, des sphères et hémisphères, et d'autres au profil en forme d'ellipse. Il y avait aussi ces grands vases élancés dont la coupe semblait être celle d'une parfaite parabole.

Le regard de Céphaline fut attiré par une large vasque de faible hauteur, où baignaient quelques délicates fleurs d'eau. Elles lui rappelaient ces nénuphars bleus et verts reposants, dont la délicatesse et le charme avaient conquis Monet, ce peintre de la vibration lumineuse.

La vasque elle-même était fort évasée, bien davantage que ne l'étaient les paraboles.

- Comment appellerions-nous la forme de cette vasque ? demanda-t-elle à ses compagnons. De la parabole elle en a bien la rondeur et l'élan, mais elle semble trop peu incurvée à sa base pour pouvoir faire partie de cette famille. Qu'en pensez-vous ?
- Tu as sans doute raison, dit Kangourou. Elle me rappelle plutôt la forme des sections de cônes que je faisais à la pâtisserie, toutes parallèles à leur axe. Leur évasement est beaucoup exagéré.
- Alors appelez-les des hyperboles, souffla le mystérieux Père Noël au sourire en coin qui, comme par hasard, passait par là.

Le temps de se retourner, il avait une fois de plus presque disparu.

Chapitre 10

LES SECRETS DE SOLEIL

Après la pluie, le beau temps. Ce qui arrive souvent. La vie est une roue qui tourne dit le vieux philosophe chinois : une fois en haut, une fois en bas.

Il avait neigé toute la nuit. La neige avait silencieusement couvert d'un doux tissu blanc, sur toute leur étendue, forêts et montagnes. Discrets sous leur couverture, pics et cimes montraient un dos rond.

Soleil, plein d'allant, en plein milieu du ciel, rayonnait. Il dominait de haut les plus lointains sommets. Il éclairait en bas les plus petites aiguilles.

Le cristal de neige sur leur faite
Brise en vibrations chromatiques
Les rayons de lumière parfaite
Qu'irise le diamant prismatique

Les sapins aristocratiques
Ont revêtu leur manteau blanc
Les sapins aristocratiques
Scintillent sous le soleil blanc.

Seul le Prince des Kangourous pouvait regarder en face le disque brillant s'appropriant le ciel bleu, inondant de lumière tous les cristaux de neige.

- Bonjour, Soleil, que je suis heureux de te revoir si joyeux. Tout le monde te salue. Tu nous as manqué hier. Que ferions-nous sans toi, que ton pouvoir attirant est grand !
- Cela est vrai, Kangourou, je vous apporte la lumière, et à travers elle, l'énergie première qui fait grandir. Regarde toutes ces plantes qui se tournent vers moi, elles boivent sans fin ces flots de semi-particules que je leur envoie. Mais il y a encore autre chose : je vous attire aussi parce que je suis, comme tu l'as dit, grand, très grand, je n'ose pas dire gros. D'instinct on se rapproche devant les personnes solides qui peuvent à l'occasion vous protéger. Je vous attire donc parce que je suis gros et fort, et si j'étais encore plus gros, je vous attirerais encore davantage. La Terre qui t'a vu naître, n'est, certes, pas aussi grosse que moi. Mais quand même, sa taille n'est pas négligeable, elle attire aussi tout ce que tu vois. Regarde, tu lances une pomme ou une boule de neige vers le ciel, elle ne monte pas très haut, et finit par retomber sur le sol, pourquoi ? Parce que la Terre est très grosse devant la boule de neige, et l'attire. Bien sûr, plus je suis

loin de vous, moins forte est l'attraction que j'exerce sur vous. Comme la grosseur de la Terre n'est pas négligeable, elle m'attire aussi, mais d'autant moins que je suis plus loin d'elle.

- Intéressant ce que tu me dis là, Soleil. Mais je suis gros moi aussi, devant la pomme, et pourtant elle ne vient pas spontanément jusqu'à moi ?
- Tous les objets autour de la pomme l'attirent, et tu n'es pas assez gros pour que ta force d'attraction l'emporte sur celle de la Terre qui, autour d'elle, prédomine.
- Je vois, moi le Kangourou merveilleux, je ne suis donc qu'une toute petite chose dans l'Univers. Mais les hommes, savent-ils tout ce que tu viens de me dire ?
- Pas tout, si tu veux approfondir, loin de là ! Mais du moins, à force d'observations, ont-ils pu prendre conscience de ce phénomène d'attraction, et trouver quelques règles de son fonctionnement. Lorsque vous étiez, avec Céphaline et Sphalos sur le toit du Mont Circus, j'ai évoqué les noms de Képler et de Newton, donnés aux pics situés aux foyers des ellipses que vous avez dessinées. Je ne sais pas pourquoi le nom de Galilée n'a pas été donné à la guérite située au centre du roc. Ces trois-là, Képler, Galilée et Newton, mais aussi aidés de tant d'autres, ont beaucoup fait pour comprendre et prévoir bien des mouvements dans l'Univers.
- Ils peuvent donc expliquer pourquoi la Terre décrit une ellipse qui tourne autour de toi, Soleil, majestueusement assis en l'un de ses foyers ?
- Oui, Kangourou. Et ils peuvent aussi t'expliquer pourquoi, lorsque tu lances une boule de neige, la ligne de trajectoire qu'elle décrit, cette courbe qui monte et qui descend est toujours une parabole.
- Ah ! C'est donc bien ça ! Sphalos et Céphaline avaient donc deviné juste, lorsque nous étions, l'autre soir à la pâtisserie, à deviser sur cette parabole. Mais, Soleil, n'est-il pas merveilleux que ce simple cône de lumière que tu nous as montré, renferme, sans qu'ils n'y paraissent, tant d'incroyables secrets. Y en aurait-il d'autres dont tu ne nous a point parlé ?
- Oui, Kangourou. Il y en a d'autres encore plus secrets, liés à la lumière, et que je garde, secrets. Car vois-tu, si je les livrais tous, les hommes s'ennuieraient, alors qu'ils sont si heureux, ces grands enfants curieux, de jouer au détective, d'échafauder des hypothèses, d'inventer des outils pour essayer de les vérifier, de dépenser tant de leur énergie pour me comprendre mieux !
- Merci Soleil, grand merci ! Tu prends soin des hommes, comme le père de ses tout jeunes enfants. Protège-les bien, veille bien sur eux ! Dans leur innocence, ils sont aussi capables de faire tant de bêtises ! Oui, veille bien sur eux !

NOTES «HISTORIQUES»

Chapitre 1

Pages 3 & 4

La lumière joue un rôle fondateur dans le développement de la vie, dans notre découverte du monde, notamment à travers les représentations symboliques de ce monde, en particulier celles dont le corpus constitue ce que l'on appelle la géométrie.

Dans ce texte d'initiation, seules trois notions «géométriques» élémentaires mais basiques font référence à ce rôle joué par la lumière. Deux notions, dans cette page, pointent le bout de leur nez : celle de rayon lumineux et de droite d'une part, celle de fibre d'autre part. Ces deux notions resteront présentes tout au long du texte.

Apparaît ici le mot sous-particule, alors que physiciens et cosmologistes emploient encore celui, plus court il est vrai, de particule. Que sait-on, aujourd'hui, sur les propriétés généalogiques de ce monde d'objets si petits ? Un livre excellemment écrit d'Hubert Reeves, «Dernières Nouvelles du Cosmos», aborde ces questions en termes simples.

Parmi ces semi-particules, celles de lumière ou photons, conservent la propriété exceptionnelle, singulière, de n'avoir aucune masse.

Janus était le premier des dieux romains. Dieu des commencements, des ouvertures et des fermetures des portes. J'en ferai aussi volontiers le symbole de l'ambiguïté, lui associant la singularité cusp, constituée de deux branches symétriques qui naissent d'un point singulier où réside un devenir encore totipotent, chaque branche représentant à la fois l'une des faces du dieu, et l'incarnation d'un premier devenir.

Page 5

Troisième notion «géométrique» issue du fait lumineux, la notion de cône. Le cône, ici, se situe dans ce que nous appelons l'espace usuel. Comme on le verra plus loin, la notion de cône est bien plus générale.

Apparaît ici la notion générale d'espace, à l'intérieur duquel on peut se mouvoir, ensemble des lieux où peuvent advenir des événements, sans autre référence aucune, a priori, à d'autres propriétés possibles.

La notion première de fibre est ici liée à la possibilité de mouvoir dans l'espace. Les fibres sont d'abord vues comme les trajectoires observées dans le ciel d'objets qui se déplacent. De telles fibres sont celles dont une évaluation de la «grosseur», de la dimension est la plus faible, mais il y en a tant d'autres...

Chapitre 2

page 7

«Le Mont Sirius était célèbre. C'était l'endroit où, paraît-il, il fallait aller pour mieux comprendre les choses de ce monde. Et cela dans tous les domaines.»

Voilà qui pourrait donner lieu à de nombreux développements. Choisir le bon point de vue, s'y rendre, en tirer les conséquences est un exercice intellectuel des plus formateurs, et des plus utiles pour comprendre, voir différentes propriétés, et agir au mieux.

On reviendra sur ce point.

page 8

Apparaît ici la notion si importante de singularité. Un cône est objet ayant une singularité, son sommet, un point. Une singularité d'un objet est totipente, c'est-à-dire qu'elle renferme toutes les formes d'expression de l'objet. Par exemple, dans le cas du cône, toutes les trajectoires que l'on peut faire en se déplaçant sur ce cône, cercles ellipses, etc peuvent par déformation se réduire à ce point singulier.

Chapitre 3

page 10

Préparée, entre autres, par le philosophe et mathématicien du 18^{ième} siècle, Leibniz, défenseur de la continuité du mouvement («la loi de continuité» écrit-il), la technique d'étude faisant appel à la déformation ou «succession insensible» a été particulièrement promue au siècle suivant par le mathématicien Poncelet (cf le chapitre II de <http://arpam.free.fr/Chap.%20I,%20II,%20III,%20IV,%20AB.pdf>.) Elle lui a permis d'apporter des développements nouveaux et importants à ce qu'on appelle l'étude des coniques, l'étude des sections de cône par des plans.

Cette technique très féconde est largement utilisée en topologie. Elle rencontre ses limites lorsque se produisent des phénomènes singuliers de bifurcation. Le mathématicien-physicien Cauchy, contemporain de Poncelet, est sans doute le premier à avoir attiré l'attention des «continuistes» sur l'imperfection de leur démarche.

Le philosophe chinois Lie tseu «naquit vraisemblablement vers 450 avant J.-C.» Il se serait sans doute bien entendu avec Leibniz et Poncelet. Je ne résiste pas au plaisir de citer l'article qu'il a écrit sur «Le Devenir» :

Yu Hiong dit : «Le devenir cyclique ne cesse jamais. Qui est capable d'appréhender les changements secrets du ciel et de la terre? Car, lorsque les choses diminuent d'un côté, elles augmentent de l'autre. Ici elles prennent pleine consistance, là elles se viduent. Il y a épanouissement et décrépitude qui s'engendrent et meurent perpétuellement. Leur apparition et leur évanouissement sont liés par d'invisibles transitions. Qui y est attentif ?

Nulle part on ne voit la force augmenter d'un coup, la forme cesser brusquement (d'exister); c'est pourquoi on ne s'aperçoit ni de leur épanouissement, ni de leur évanouissement. Ainsi l'homme, de la naissance à la vieillesse, change chaque jour dans son aspect extérieur et dans ses aptitudes: peau, ongles et cheveux poussent et tombent continuellement. Il n'existe pas d'arrêt dans le changement d'aucun état. Mais les transitions sont imperceptibles. C'est seulement après qu'on les reconnaît.»

page 11

L'ellipse présente un défaut par rapport au cercle : sa «rotondité» n'est pas parfaite. Il lui manque quelque chose. Comme les Grecs anciens employaient le terme ellipse pour désigner une insuffisance, Apollonius put désigner de ce nom cette courbe remarquable.

Chapitre 4

page 12

Le grand penseur dont il s'agit est bien sûr le grand géomètre grec, Apollonius de Perge (-262, -190), né en Turquie, mort en Egypte à Alexandrie, la capitale intellectuelle de l'époque. A son sujet, lire par exemple <http://www.math.ens.fr/culturemath/histoire%20des%20maths/htm/Vitrac/grec-8.html>

page 13

On rencontre ici pour la première fois la notion de vitesse, sous une forme intuitive. Elle sera, plus tard, interprétée et codée en terme de vecteur, représentée par une flèche. La notion de vitesse est évidemment locale, bien précisée en chaque point d'une trajectoire. La remarque selon laquelle sont différentes les orientations des vitesses selon une fibre d'une part, selon une trajectoire qui coupe la fibre d'autre part, est mise à profit dans les études plus complètes des espaces (fibrés). Le terme transversal est utilisé pour désigner des espaces qui se rencontrent et se croisent en leur domaine de rencontre.

page 14

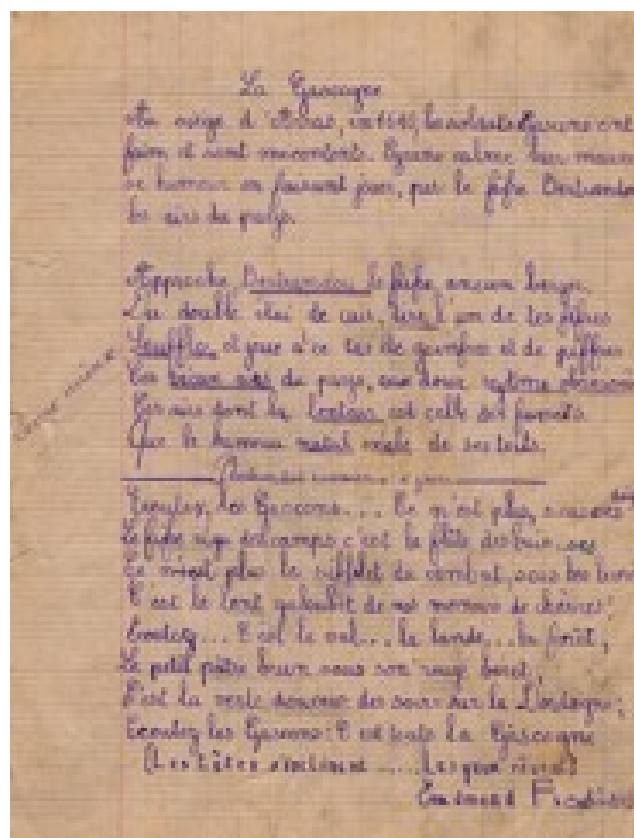
Apparaît ici, de manière à nouveau intuitive, un autre élément descriptif important d'une forme : la courbure en chacun de ses points. On l'évalue à partir de

Est introduit enfin dans ce chapitre une notion très élémentaire de connexion, par l'intermédiaire d'éléments assurant la liaison des fibres entre elles, et qui sont génériquement en position transverse vis-à-vis des fibres. Leur courbure est également un élément important de description des formes.

Chapitre 5

Le tableau que l'on voit est une allégorie du protecteur du peintre Guiseppe Arcimboldo, tableau exécuté en 1591 vers la fin de sa vie. Le protecteur n'est autre que l'empereur d'Autriche, Rodolphe II. On peut supposer que celui-ci ne manquait pas également d'humour.

Ah ! Cyrano de Bergerac ! tel est le titre de la fameuse pièce qu'Edmond Rostand écrivit en 1897. Souvenir d'enfance : je ne sais plus pendant combien de temps l'instituteur, Monsieur Poirier, m'a demandé, au début chaque jour, de réciter ces vers :



Je sais maintenant qu'ils sont extraits de la scène III de l'Acte IV.

En ce temps-là, on fortifait sa mémoire et on s'enrichissait en apprenant de belles récitations.

La définition finale de cône qui est donnée inclut bien sûr le cône habituel, puisqu'on peut adjoindre à un cône des qualificatifs qui en précisent des propriétés particulières. Un cône général est lui-même une «montagne» particulière, une «montagne» étant un fibré dont l'espace des sections comporte des singularités.

C'est le cas du «bicône» introduit ici. Apparaît à cette occasion un phénomène important de bifurcation : l'éclatement d'un point singulier en plusieurs points singuliers, ici seulement deux.

Chapitre 6

page 21

Sur la distance en tant qu'évaluation d'un travail cf le chapitre V, page 140-141

[, Chap.V Prémisses de la géométrie : produits scalaires, longueurs ou formes quadratiques.](#)

Alors que dans le chapitre 3, l'ellipse est définie comme section ad hoc d'un cône, on rencontre ici une autre définition de l'ellipse, comme lieu des points dont la somme des distances à deux points donnés reste constante.

Chapitre 7

page 23

Le peintre Salvador Dali (1904-1989) est une des figures marquantes du 20^{ème} siècle. Il est l'un des rares peintres à avoir eu une réelle sensibilité aux mathématiques. Il a, en particulier, été obsédé par les cornes de rhinocéros dont la forme conique est aussi liée à une suite de nombres fort connue sous le nom de suite de Fibonacci. On en trouve par exemple l'incarnation dans la disposition des fleurs de tournesol et des aiguilles de pin. Plusieurs des oeuvres de Dali, dont sa toute dernière, ont trouvé une part de leur inspiration dans les mathématiques contemporaines.

Le tableau présenté, intitulé La Madone de Rafael à la vitesse maximum, a été peint en 1954.

Le site de l'ESMA est www.math-art.eu .

Il a fallu attendre près de 1800 ans pour que les travaux des géomètres grecs sur les sections de cône trouvent leur application dans les sciences physiques, permettent de décrire avec exactitude les mouvements des planètes et des corps dans notre environnement solaire !

Par sa connaissance des propriétés de l'ellipse, mais grâce aussi aux progrès dans la fabrication des lunettes astronomiques et dans l'observation des mouvements des planètes, le savant Johannes Képler (1571-1630) a été le premier à établir le lien précis entre la forme de la trajectoire de la terre dans le ciel, et celle de l'ellipse.

Peu de temps après, Isaac Newton (1643-1727), établissant la loi évaluant la force d'attraction entre deux corps, obtint une explication de la présence de cette ellipse, et de celle du soleil en l'un de ses foyers.

L'essentiel du contenu de cette loi est exprimé de façon littéraire en fin du chapitre 10.

Le Colisée est un immense amphithéâtre de forme elliptique, construit entre 72 et 80. Il pouvait accueillir jusqu'à 75 000 spectateurs. Cf <http://fr.wikipedia.org/wiki/Colis%C3%A9e>



Reconstitution



Vue actuelle de nuit

pages 25 & 26

On est ici au coeur de notre sujet où apparaît le terme essentiel de stabilité. La stabilité a pour fille la symétrie. Elle se déploie, elle s'exprime en symétries.

Je renvoie à la page 49 du premier tome de Topologie et Perception <http://arpam.free.fr/DP.pdf>

La stabilité se déploie à partir de la singularité, qui est le centre germinal et organisateur de la forme.

Apparaît à nouveau le mouvement, à travers d'abord la déformation continue qui respecte les propriétés fondamentales de stabilité. On quitte le sol plat pour aller

dans un espace plus étendu où les possibilités de transformations seront plus nombreuses. Ce mouvement est créatif : une forme nouvelle prend naissance, le cône. Il y a conservation d'une infinité de symétries. Mais cette élévation a un coût : il se traduit par la cassure en deux des axes de symétrie du disque plan. Ils pendent maintenant de chaque côté du sommet du cône, qui, originellement, occupait le centre du disque. On peut dire, comme les physiciens, qu'un phénomène de brisure de symétrie a accompagné la naissance d'une nouvelle forme.

On a dû se contenter ici de ne prendre en considération que la forme la plus simple d'élévation au-dessus du centre du disque. Par ailleurs, pour les besoins d'une première approche qui se doit d'être limitée, en dehors des notions élémentaires de rayon et de cône de lumière, aucun autre phénomène lumineux lié au disque et au cône, réflexion, réfraction, ombre, n'a pu être présenté, et encore moins exploité pour approfondir un peu la connaissance des propriétés des cônes et coniques.

Il y a encore brisure d'une symétrie interne ou bifurcation, quand, par suite d'un mouvement interne souvent peu accessible, le point singulier originel éclate en deux autres points singuliers.

Là encore, des propriétés nouvelles ou qui étaient cachées se révèlent. On voit ici la puissance et le réalisme de la méthode, du procédé qui consistent à opérer par déformation insensible, mais en allant plus loin que Lie tseu et Poncelet, en prenant en compte le poids impérieux des considérations de stabilité.

Les déductions qualitatives qui sont faites méritent naturellement d'être infirmées ou confirmées par d'autres considérations causalement bien établies. Je ne sais pas si quelqu'un a dans le passé employé le même discours que Kangourou pour en déduire l'une des propriétés caractéristiques de l'ellipse et qui lui sert également de définition, au même titre que d'autres. J'ai noté en tout cas avec plaisir, dans la référence donnée au chapitre 3, que le grand, rigoureux et sévère Cauchy s'était satisfait du même genre d'argument pour évaluer l'aire de l'ellipse.

Chapitre 9

page 32

«Folie» est un terme architectural qui désigne ici un petit bâtiment à vocation artistique et intellectuelle. La folie donc, dénommée la coiffe d'Apollonius, fait partie avec neuf autres d'entre elles d'un ensemble architectural codifié sous le nom de projet ARPAM. On en trouve la description sur le site de l'ESMA.

Chapitre 10

pages 34 & 35

Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica : paru en 1687, ce traité de Newton (1643-1727), excellent mathématicien et physicien, donne les fondements de la mécanique dite classique, celle des planètes et des machines au sein du système solaire.

L'une des trois lois fondatrices est ici rappelée en termes littéraires.

Newton s'appuie entre autres mais principalement sur les travaux de Képler et de Galileo Galilée (1564-1642). Egaleme nt mathématicien et expérimentateur de premier plan, on considère celui-ci comme le fondateur de la physique. Il élabore la loi de la chute des corps et contribue à fonder la dynamique. En s'opposant à la vieille théorie d'Aristote qui faisait de la terre immobile le centre du monde, il entre en conflit avec l'Eglise catholique de l'époque qui le condamnera. «Epure si move», a-t-il écrit. On peut se demander s'il pensait seulement à la Terre ...

Gometz-le-Chatel, le 21 Décembre 2012