

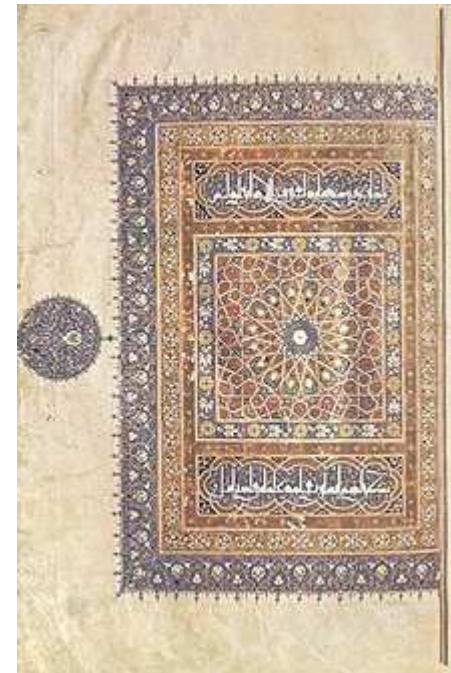
- Depuis au moins le Haut-Moyen Age, certains artistes ont été fascinés par les nœuds. Chinois (depuis 5000 ans) Celtes, Musulmans, ont créé des motifs complexes comme ceux-ci :



chinois

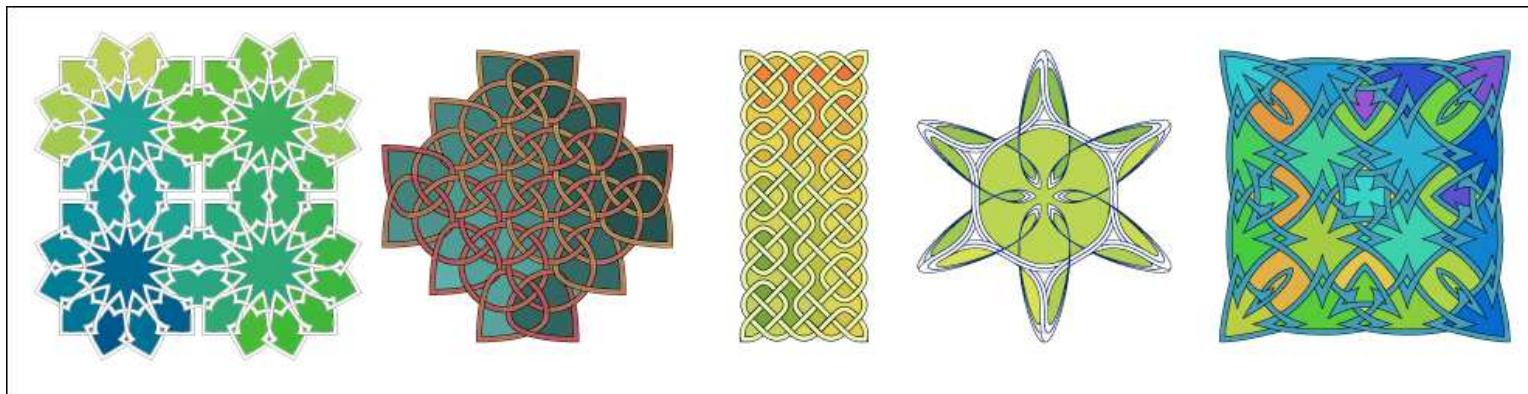


celte

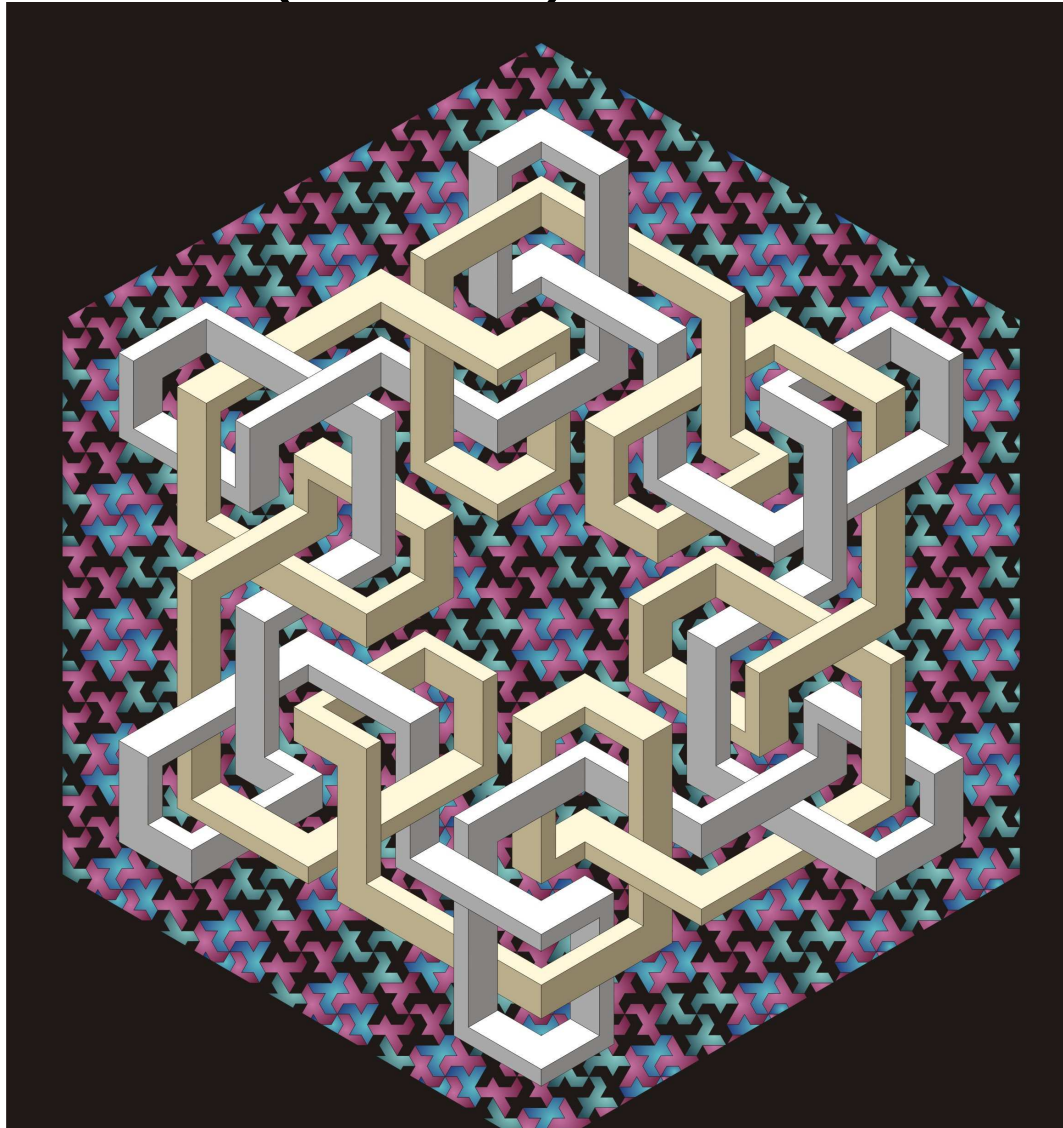


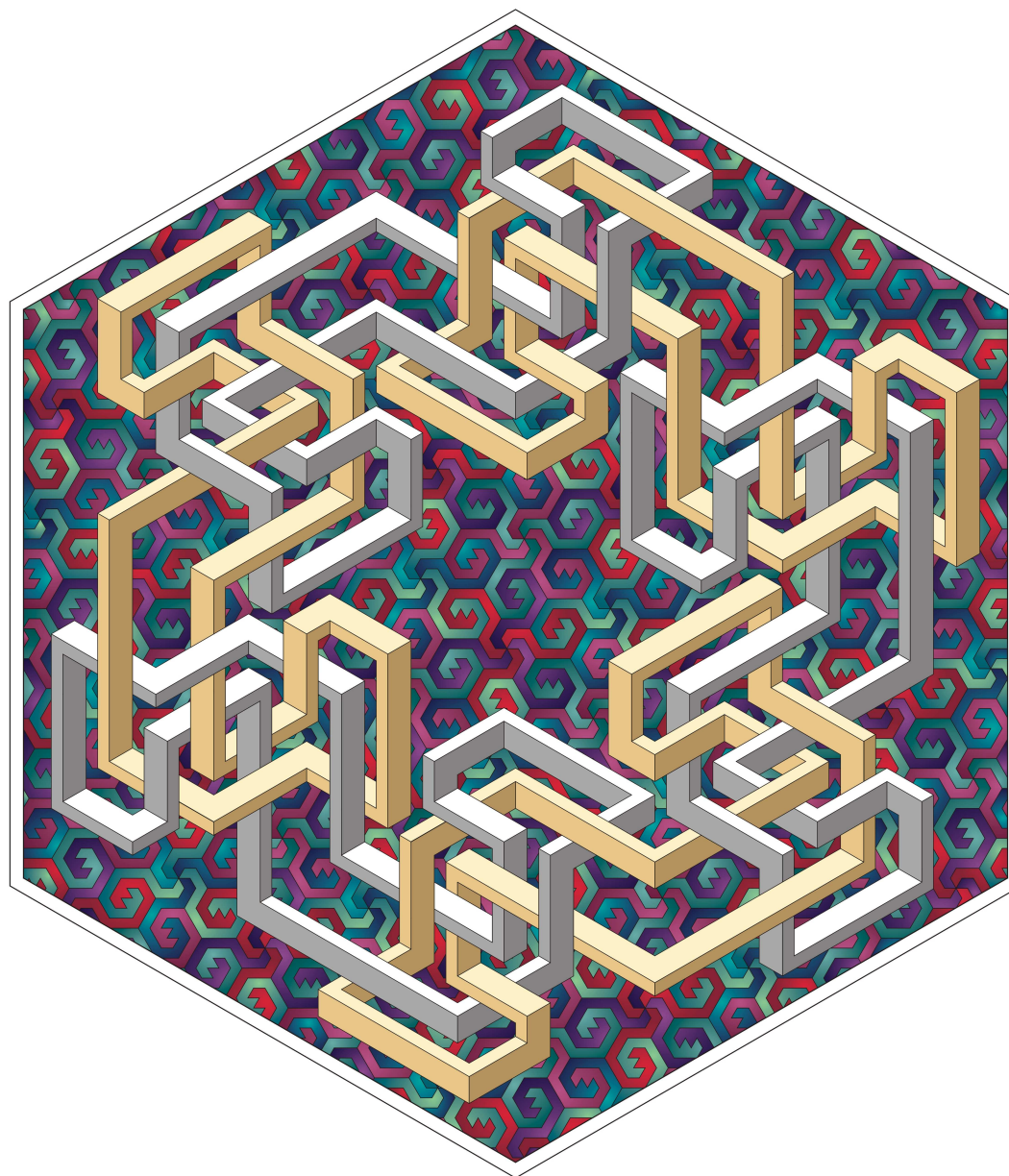
musulman

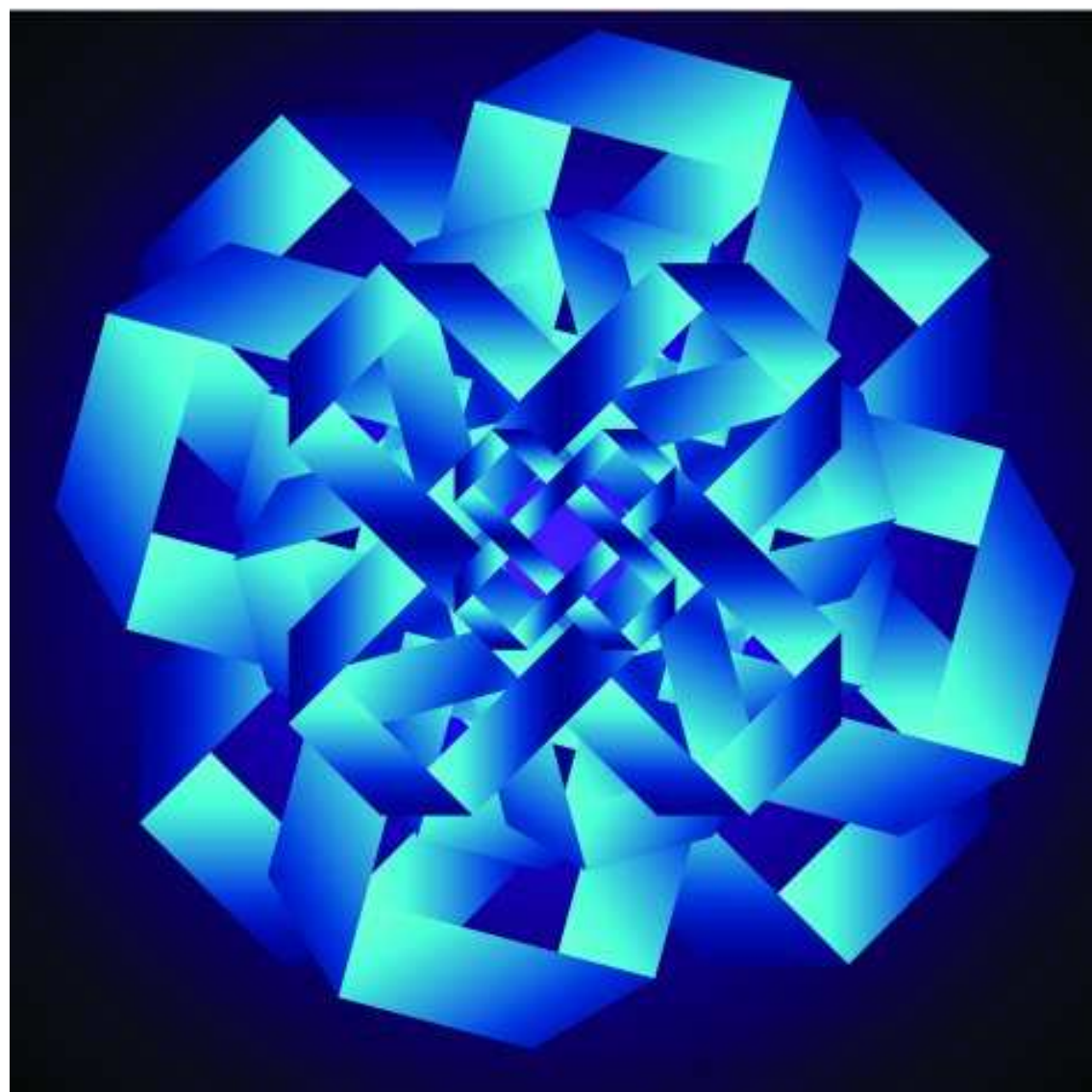
- Aujourd'hui la théorie mathématique des nœuds est en plein essor, et joue un rôle très important en mathématique et en physique.
- Géraud Bousquet, qui expose ici trois petites œuvres consacrées aux fractales, a créé un très bon logiciel de création de nœuds celtiques.

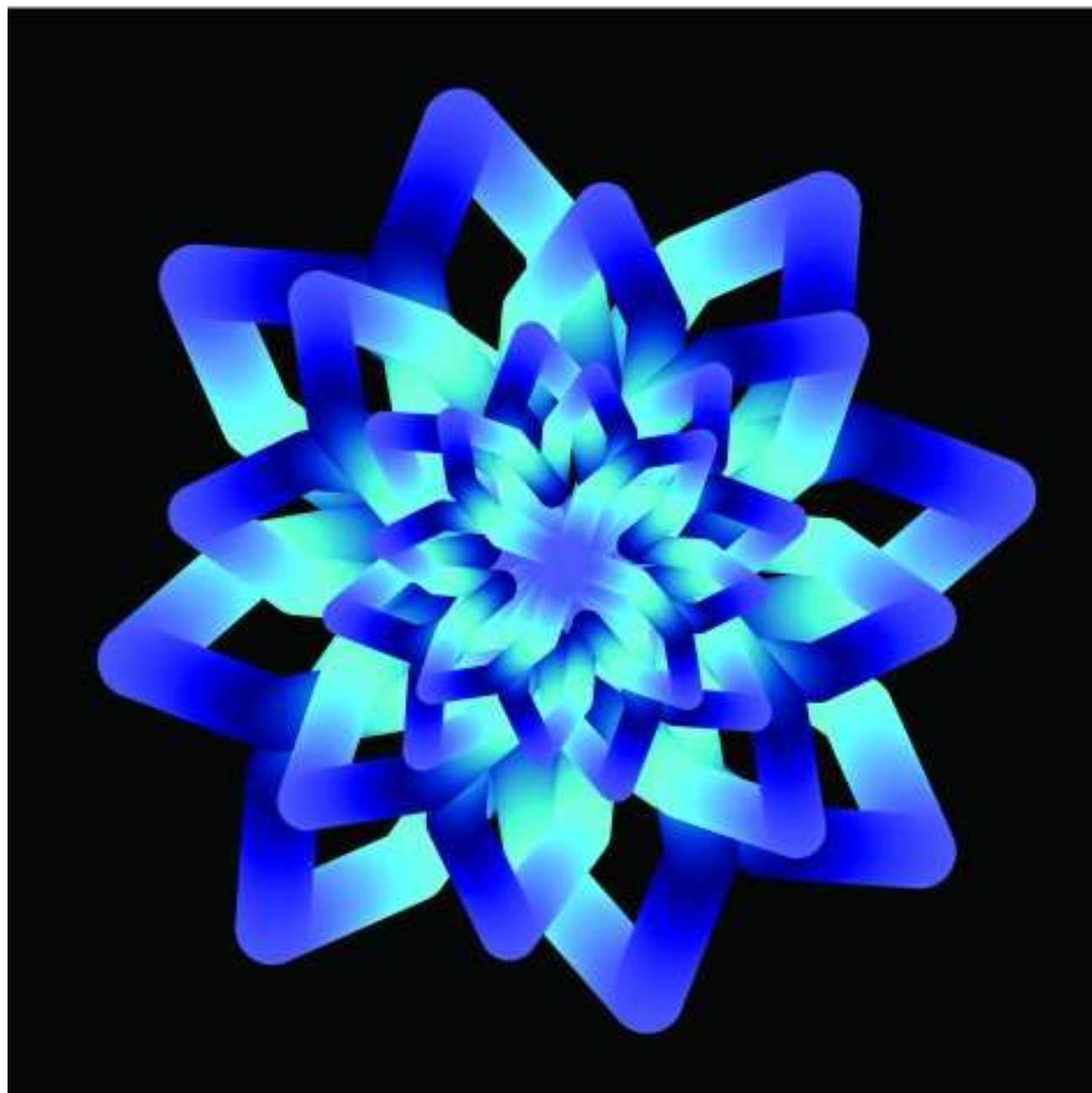


- Sont exposées ici quatre œuvres sur les nœuds, deux hongroises (Farkas) et deux serbes en bleu (Jablan):









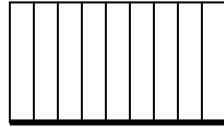
Avec tous ces éléments :

- parallélépipèdes et sa version simple, le cube
- cylindres
- cônes
- tores
- rubans simples ou de Möbius
- nœuds

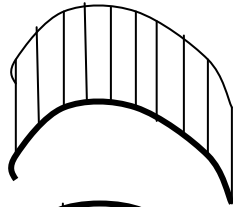
Quels ensembles d'objets, d'animaux, de plantes aimeriez-vous construire, et dans quels décors ?

- Revenons à des choses simples. On pourrait parler pendant des heures et des heures de tout ce que l'on peut faire avec seulement des morceaux de droites (des bâtons), et de cercles.
- D'abord, on peut reconstituer avec eux nos rubans, nos cylindres, nos sphères, nos tores.
- Comment ? Je suis sûr que si on vous donnait ces objets vous y arriveriez. Regardez:

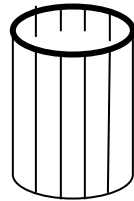
Les éléments en traits épais s'appellent des *bases*. Les éléments en traits plus fins s'appellent des *fibres*. On plante une fibre en chaque point de la base.



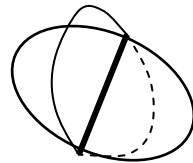
Rectangle en tant que ruban simple aplati



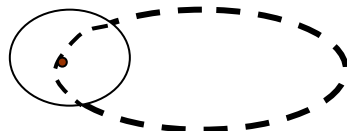
Ruban simple quelconque



Cylindre



Sphère par rotation d'un cercle autour d'un diamètre

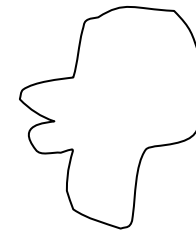
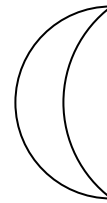
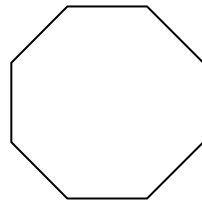
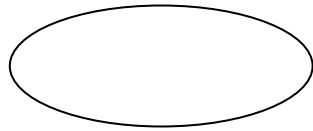
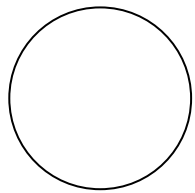


Tore par rotation d'un cercle le long d'un autre cercle

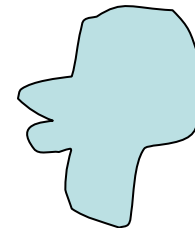
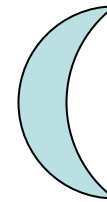
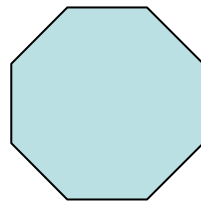
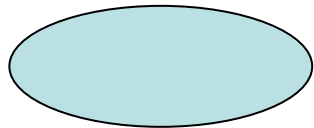
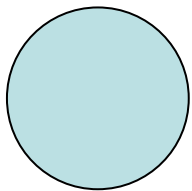
- je dispose un morceau de droite ou de cercle sur une surface plane (ce morceau est appelé une base), et je plante en chacun de ses points un bâton (ce bâton est une fibre), j'obtiens un ruban simple que je peux transformer en ruban de Möbius.
- si le cercle est complet, j'obtiens un cylindre.
- je fais tourner à toute vitesse un cercle autour d'un de ses diamètres, j'obtiens la sphère.
- et si en chaque point de ce premier cercle (la base), je place un autre cercle (la fibre) ayant pour centre le point précédent, j'obtiens un tore.

- Il est très éclairant de voir les objets géométriques comme des espaces fibrés.
- Mais il ya géométrie et géométrie. La tribu des géomètres contient deux familles: ceux qui tiennent compte des distances, les géomètres complets, et ceux qui considèrent la distance comme une caractéristique un peu secondaire des objets et dont ils ne se préoccupent pas; ce sont les géomètres topologues.
- En topologie, pour le topologue, un cercle et un carré sont le même objet, une brique pleine et une boule sont aussi le même objet. Fait en fil pour le cercle, en pâte à modeler pour la brique, ces objets sont déformables continûment sans perdre leurs propriétés intrinsèques.

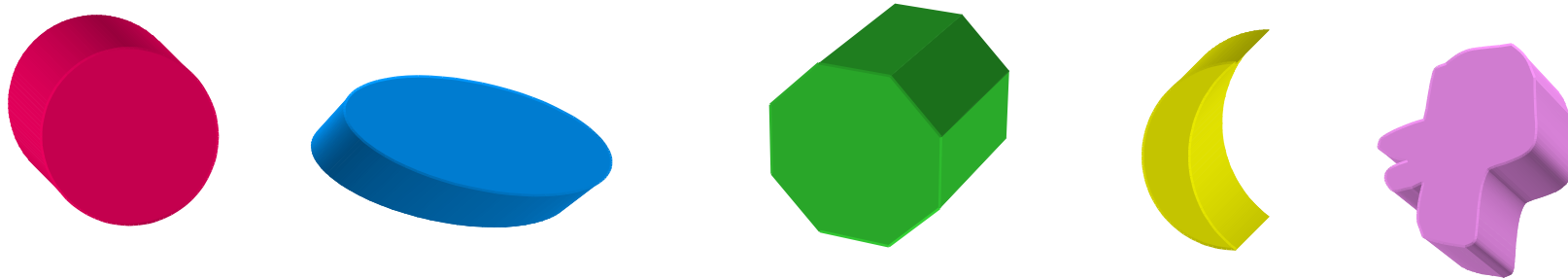
- Ainsi, le topologue ne fera pas de différence entre les objets suivants:
 - ces courbes fermées (= qui se referment sur elles-mêmes) dans le plan, qui sont donc des nœuds simples et plats



- ces surfaces dans le plan, dont les bords sont les courbes précédentes

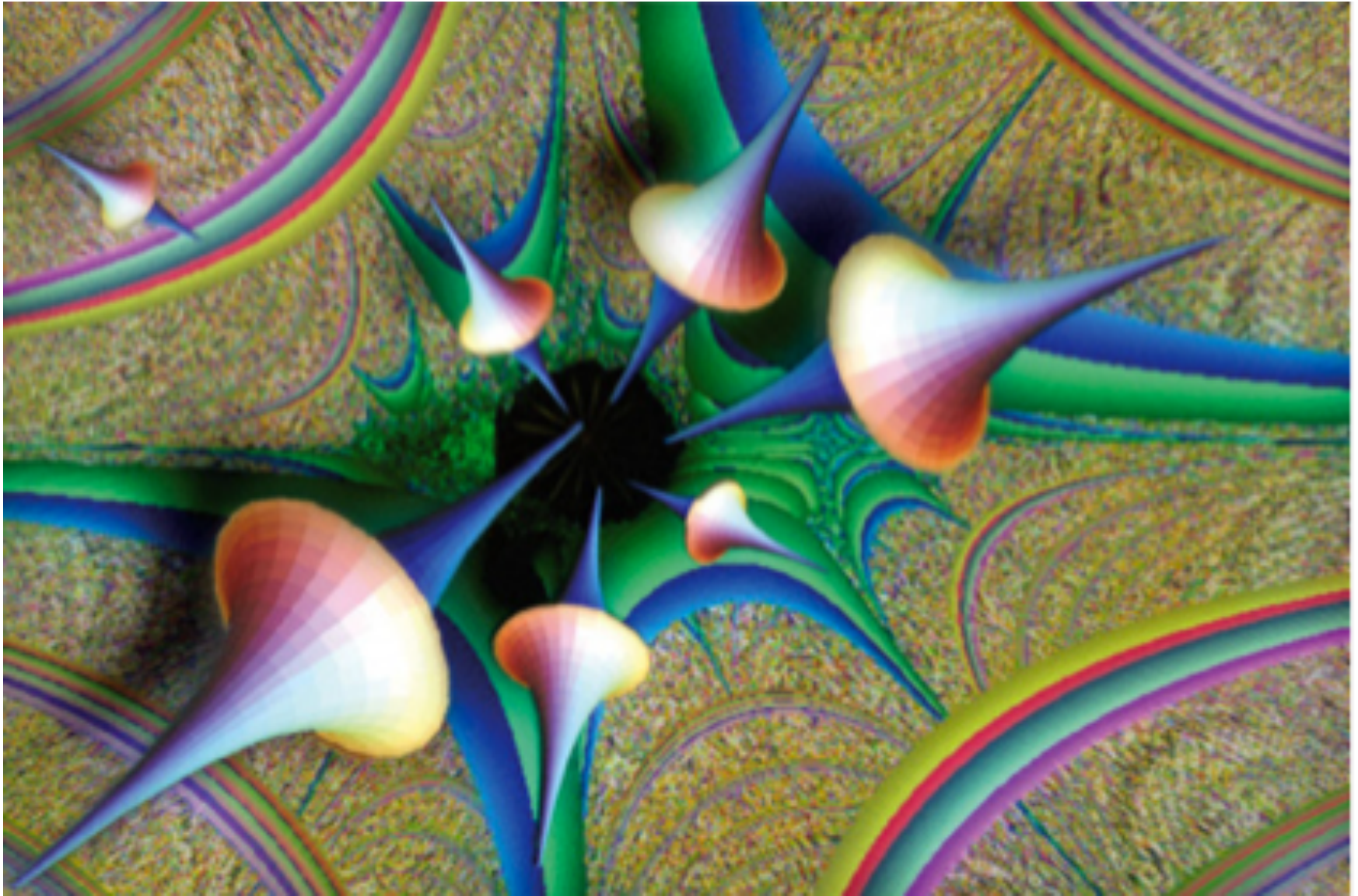


- Les courbes sont de dimension 1; les surfaces de dimension 2, et voici des volumes de dimension 3, équivalents (le même objet) pour le topologue :



Attention: si vous percez l'un des objets de part en part de sorte qu'apparaît un trou, le nouvel objet créé n'est pas équivalent aux précédents !

- . Devenant topologue, vous pouvez par exemple modifier un cône à base circulaire (les fibres sont des droites qui passent toutes par un point, le sommet du cône) en:
 - une pseudo-trompette (mathématiquement une sphère dans un espace dit hyperbolique) comme celles que l'on voit dans ce tableau de Jean Constant:



- Ou bien transformer un tore en potiron, lui accoler une pseudo-trompette, pour obtenir cette surface appelée un breather, située au milieu du tableau primé par la National Science Foundation, et résultant du travail conjoint de Luc Bénard et du mathématicien Richard Palais.
- On voit dans ce tableau d'autres objets mathématiques, une représentation de la « bouteille de Klein » qui ressemble ici à un vers s'enroulant sur lui-même, d'autres surfaces pouvant faire penser à des coquillages.



- Retour aux arts plastiques.
- Le cubisme est mouvement artistique développé en particulier par les peintres Georges Braque et Pablo Picasso au début du XXe siècle. Il « prend sa source dans une lettre de [Cézanne](#) à [Émile Bernard](#), du [15 avril 1904](#), de laquelle sera tirée une phrase souvent répétée pour justifier les théories cubistes :
- « Traitez la nature par le cylindre, la sphère, le cône, le tout mis en perspective, soit que chaque côté d'un objet, d'un plan, se dirige vers un point central. » »

- Voici, à titre d'exemples, cinq tableaux de la période cubiste :



Picasso



Braque



Chagall



LE NOIR - 1911, PIERRE SUZUKI, MUSEUM OF MODERN ART, JACOBSON COLLECTION.



MOI ET LE VILLAGE - 1911. NEW YORK, MUSEUM OF MODERN ART.

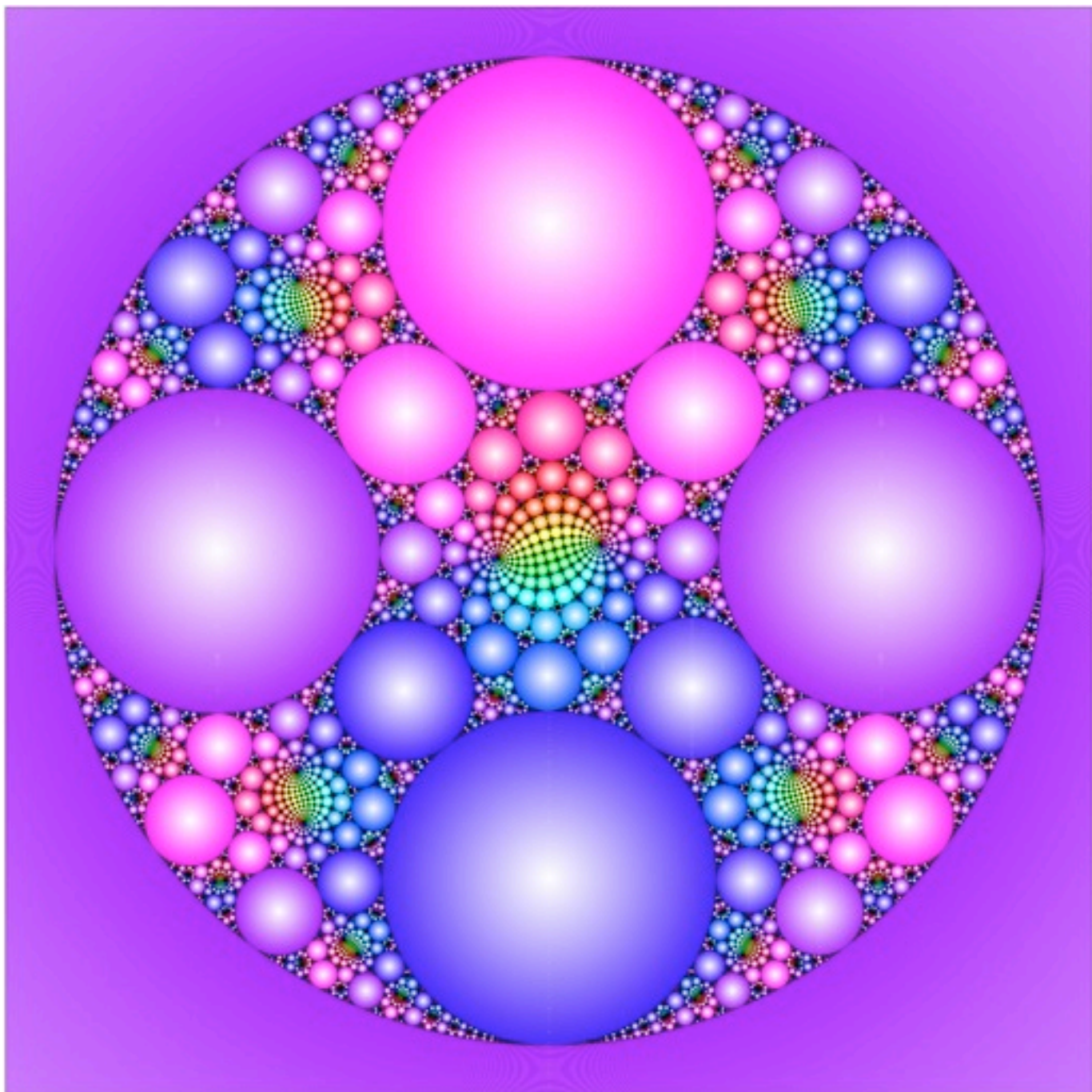
- Notons que bientôt les artistes cubistes quitteront la position rigide du géomètre pur pour se rapprocher de celle plus souple du topologue, plus traditionnelle également.
- Utilisant les logiciels que vous trouvez sur le web, devenez donc des artistes géomètres, puis topologues !

- Quelques mots sur la décoration des objets, bâtiments, vêtements, etc.
- Nous allons nous limiter ici à une seule technique de décoration, celle qui fait appel à ce que les mathématiciens appellent « pavage ».
- On appelle pavage le remplissage complet (pas de vide laissé en route) d'un domaine par des motifs identiques.
- Voici, à titre d'exemple élémentaire, le pavage du pont et de la voile d'une barque égyptienne figurant dans le tombeau du grand Ramsès.





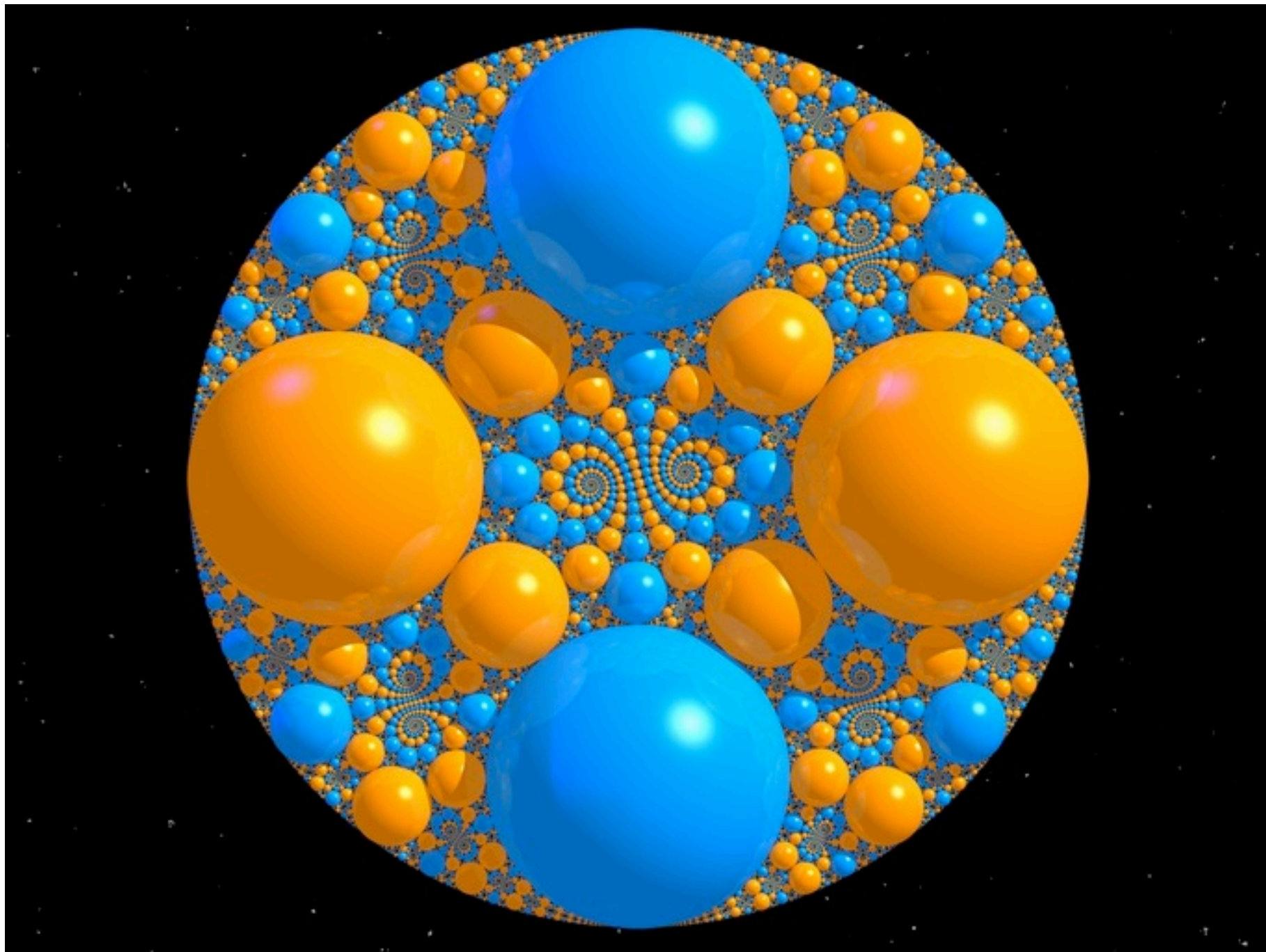
- Depuis les temps les plus reculés, les artistes ont créé des pavages.
- Il en existe autant de types que de propriétés de leurs motifs qui veulent être conservées.
- Depuis bientôt 150 ans, utilisant à la fois l'outil géométrique et l'outil algébrique, les mathématiciens ont étudié avec succès les pavages, donnant pour certains d'entre des théories complètes.
- Nous allons nous contenter ici de montrer quelques pavages issus des théories récentes.



- Premier exemple, le pavage d'un disque par d'autres disques.
- On appelle disque ou boule de dimension 2 le domaine occupé par une pièce de monnaie.
- A la fin du 19^e siècle, le géomètre Félix Klein a s'est interrogé sur la possibilité d'un tel pavage.

La réponse positive a été apportée ces dernières années par un trio de mathématiciens. L'un d'eux, David Wright, a illustré la solution par le tableau suivant, sur lequel se précipitent les enfants des maternelles !

- L'illustration qu'en a faite Jos Leys est fort belle :



Les pavage sur les surfaces planes, par exemple dans les cuisines ou les salles de bains, ne nous surprennent guère.

Les pavage sur les surfaces planes, par exemple dans les cuisines ou les salles de bains, ne nous surprennent guère.

Les pavage sur les surfaces planes, par exemple dans les cuisines ou les salles de bains, ne nous surprennent guère.

Un pavage sur un saladier est plus inattendu. Les mathématiciens ont des techniques bien au point pour les réaliser.

Les pavage sur les surfaces planes, par exemple dans les cuisines ou les salles de bains, ne nous surprennent guère.

Un pavage sur un saladier est plus inattendu. Les mathématiciens ont des techniques bien au point pour les réaliser.

Les pavage sur les surfaces planes, par exemple dans les cuisines ou les salles de bains, ne nous surprennent guère.

Un pavage sur un saladier est plus inattendu. Les mathématiciens ont des techniques bien au point pour les réaliser.

Quand on les regarde de dessus et d'assez loin, on voit quelque chose comme ceci :



Mauritz Escher, 1959



Mauritz Escher, 1959



Mauritz Escher, 1959



Mauritz Escher, 1959



Mauritz Escher, 1959



Mauritz Escher, 1959



Mauritz Escher, 1959



Mauritz Escher, 1959



Mauritz Escher, 1959



Mauritz Escher, 1959

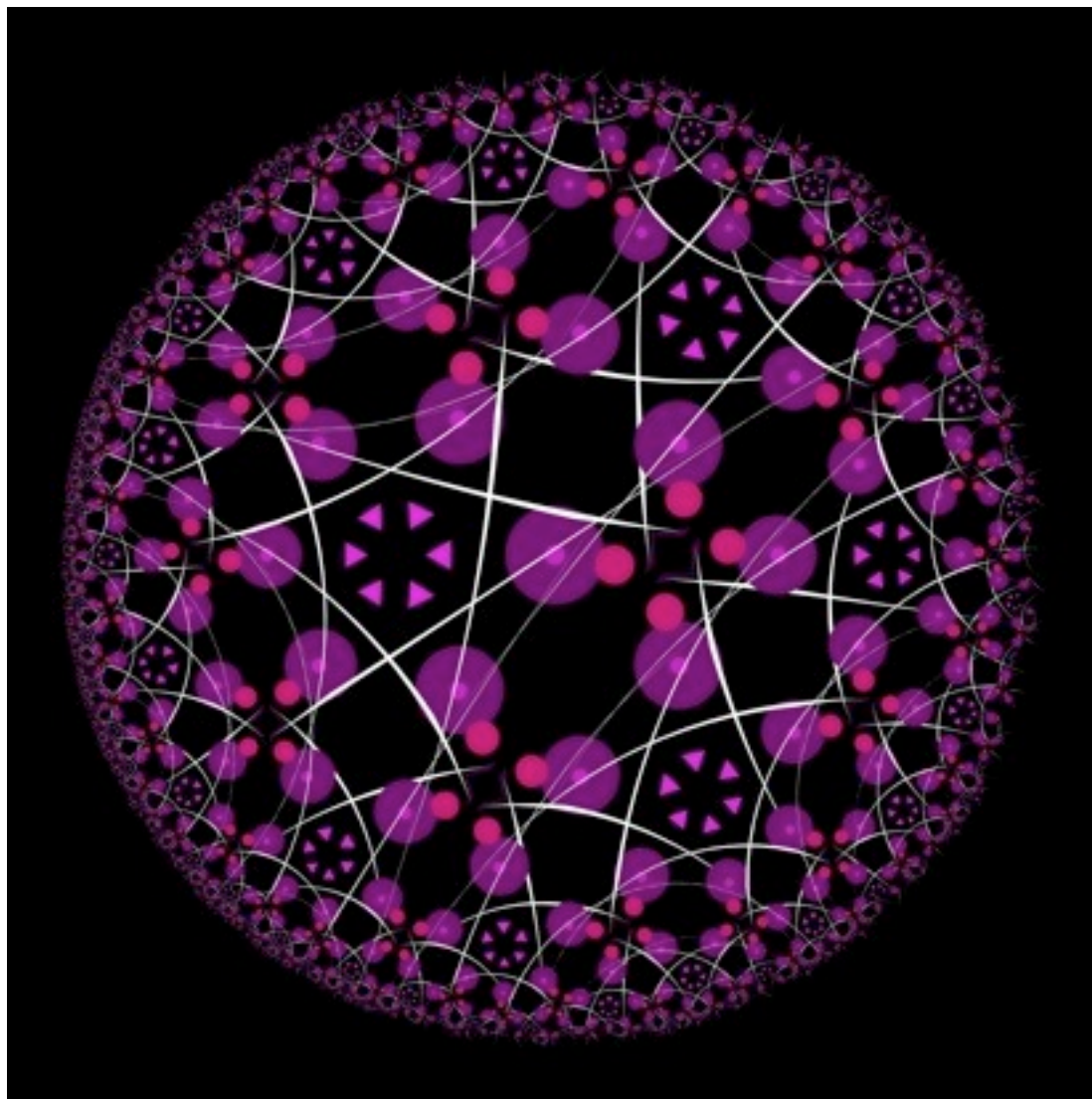
- Si elle est convenable, le saladier a une surface qualifiée d'hyperbolique, ce qu'on voit sur le plan s'appelle un disque hyperbolique muni d'un pavage hyperbolique.

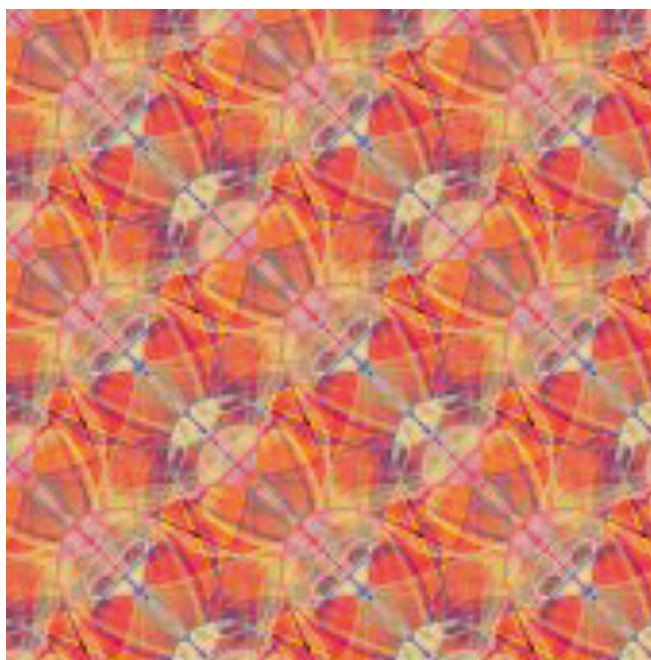


Mauritz Escher, 1959

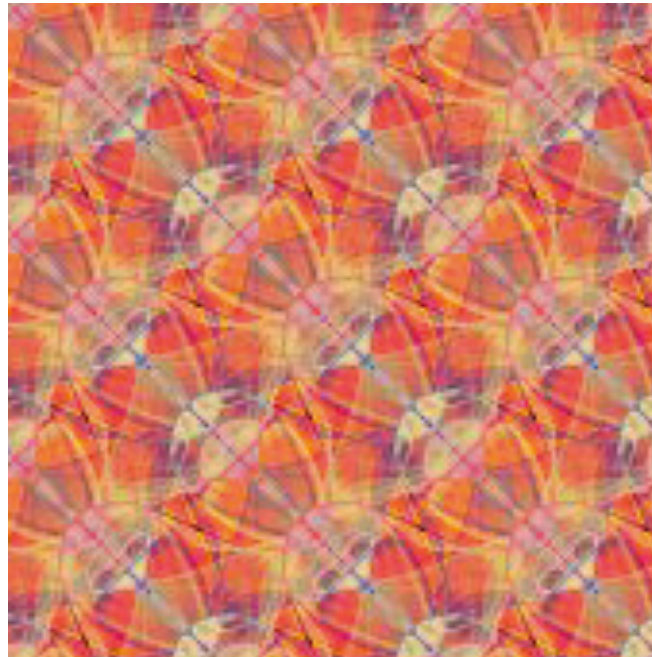
- Si elle est convenable, le saladier a une surface qualifiée d'hyperbolique, ce qu'on voit sur le plan s'appelle un disque hyperbolique muni d'un pavage hyperbolique.
- En voici deux exemples stylisés, œuvres respectives de Jean Constant et de Ludmilla Sazdanoviz



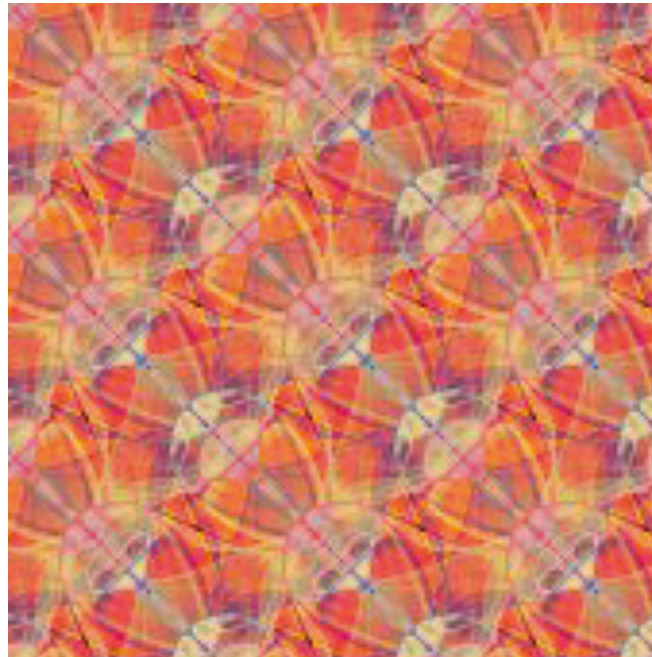




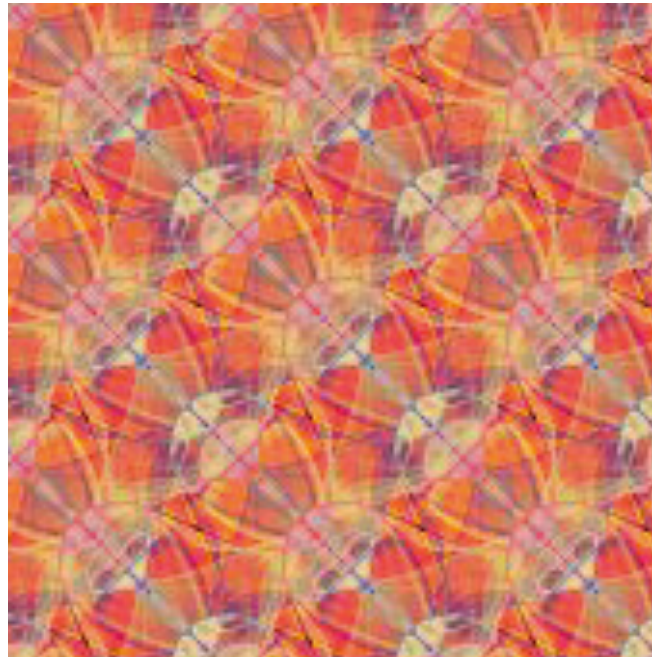
- Les pavages dans le plan sont les plus habituels. Cela dit, la théorie mathématique a permis d'enrichir l'immense famille des motifs possibles, comme celui-ci dû à Mike Field :



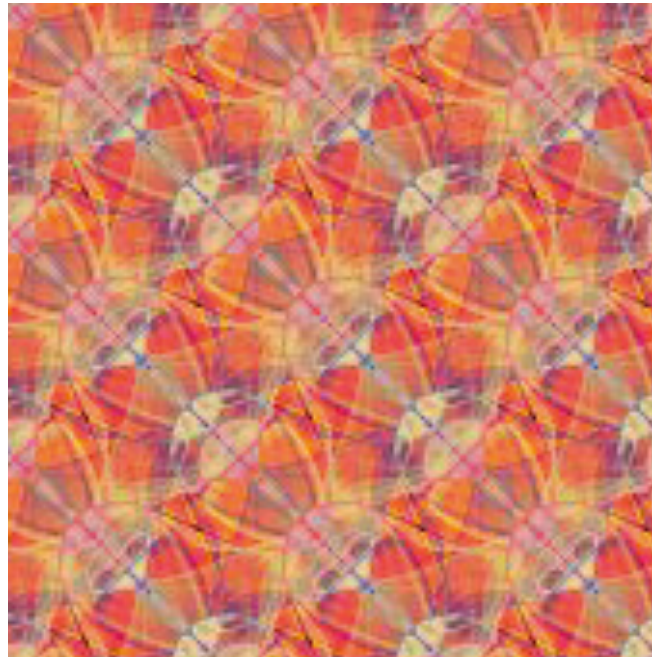
- Les pavages dans le plan sont les plus habituels. Cela dit, la théorie mathématique a permis d'enrichir l'immense famille des motifs possibles, comme celui-ci dû à Mike Field :



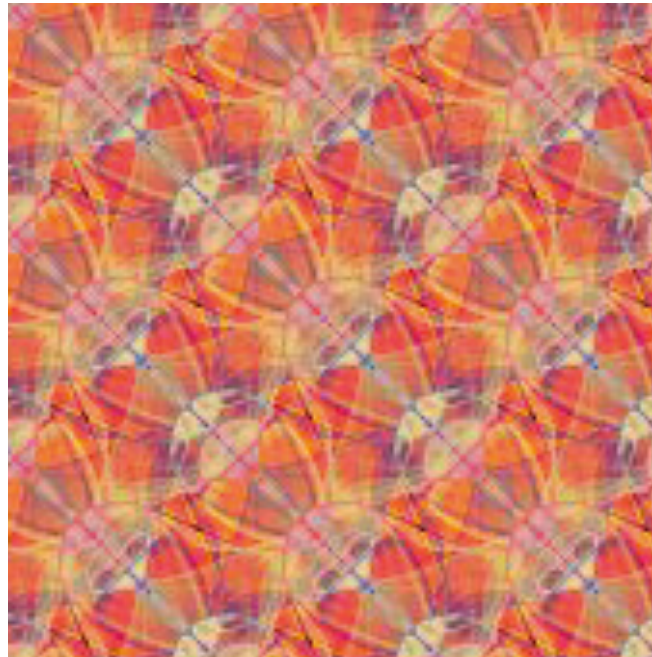
- Les pavages dans le plan sont les plus habituels. Cela dit, la théorie mathématique a permis d'enrichir l'immense famille des motifs possibles, comme celui-ci dû à Mike Field :



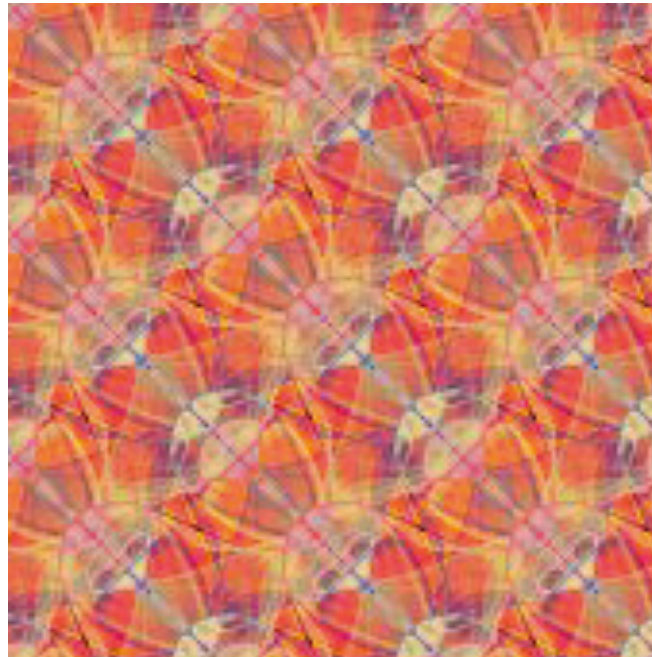
- Les pavages dans le plan sont les plus habituels. Cela dit, la théorie mathématique a permis d'enrichir l'immense famille des motifs possibles, comme celui-ci dû à Mike Field :



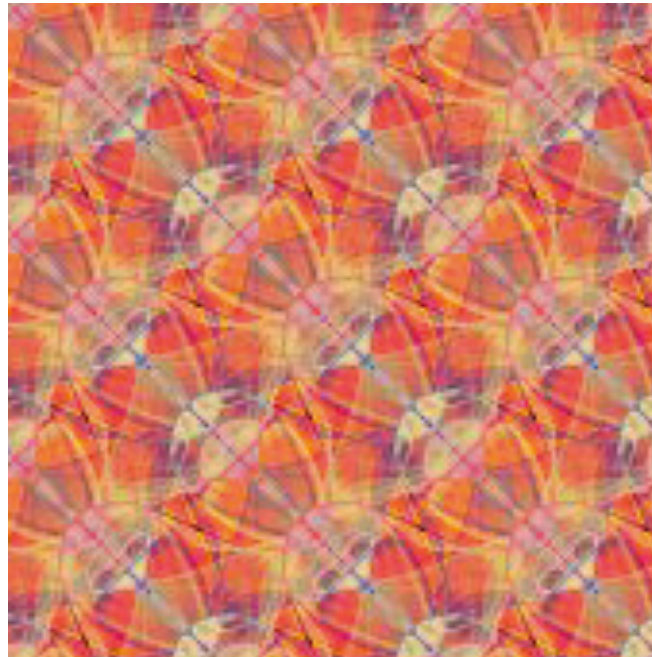
- Les pavages dans le plan sont les plus habituels. Cela dit, la théorie mathématique a permis d'enrichir l'immense famille des motifs possibles, comme celui-ci dû à Mike Field :



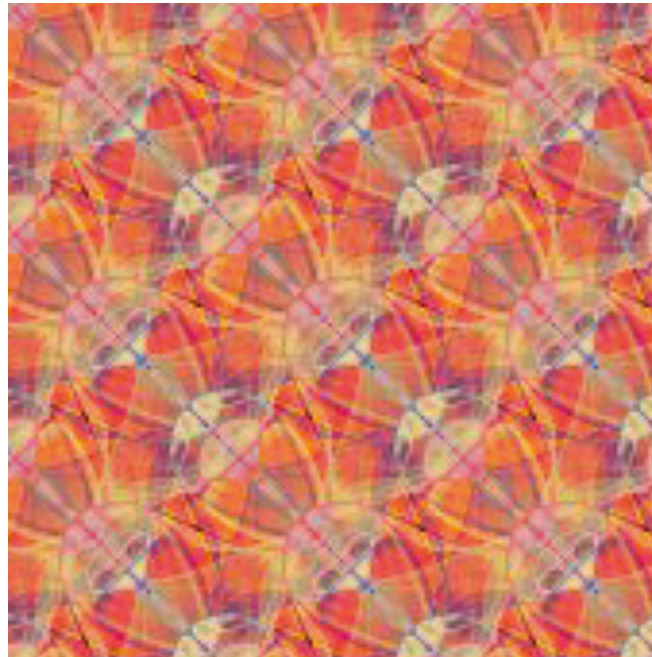
- Les pavages dans le plan sont les plus habituels. Cela dit, la théorie mathématique a permis d'enrichir l'immense famille des motifs possibles, comme celui-ci dû à Mike Field :



- Les pavages dans le plan sont les plus habituels. Cela dit, la théorie mathématique a permis d'enrichir l'immense famille des motifs possibles, comme celui-ci dû à Mike Field :



- Les pavages dans le plan sont les plus habituels. Cela dit, la théorie mathématique a permis d'enrichir l'immense famille des motifs possibles, comme celui-ci dû à Mike Field :



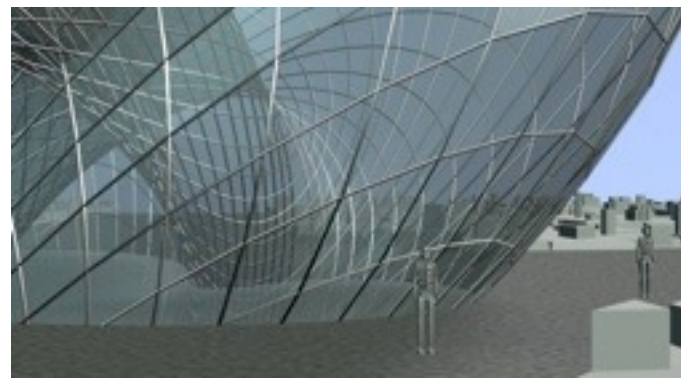
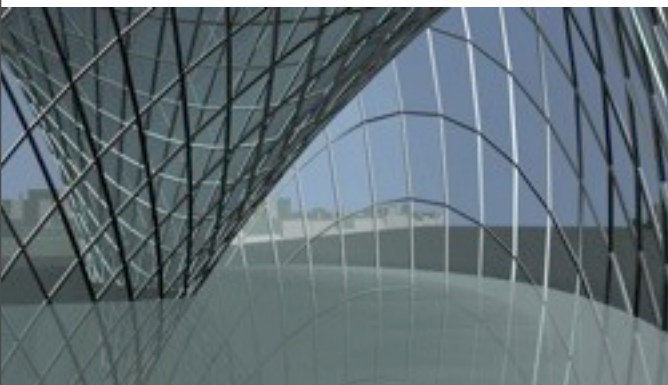
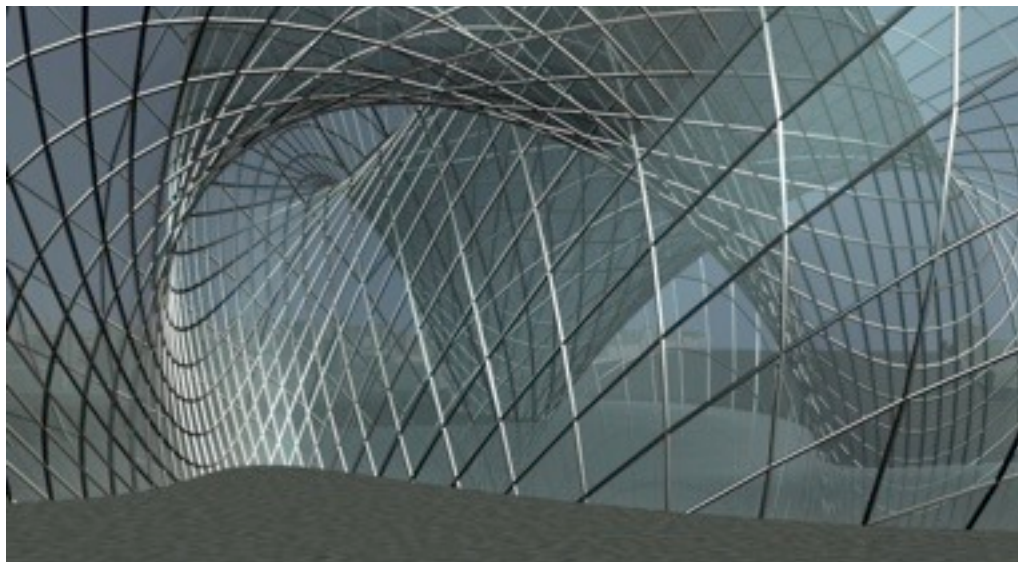
ainsi que ceux qui ornent les murs du pavillon dénommé le septième temple :



- A vrai dire, ce pavillon, en terme architectural une folie, n'est pas encore sorti de terre. Il fait partie d'un projet architectural de Parc de Promenades et d'Activités Mathématiques que l'école mathématique russe est en train de visualiser.

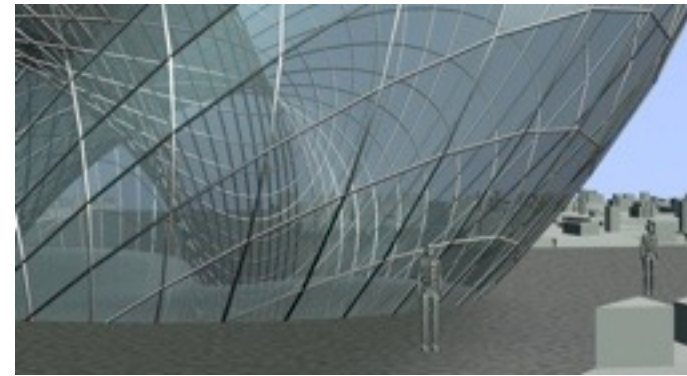
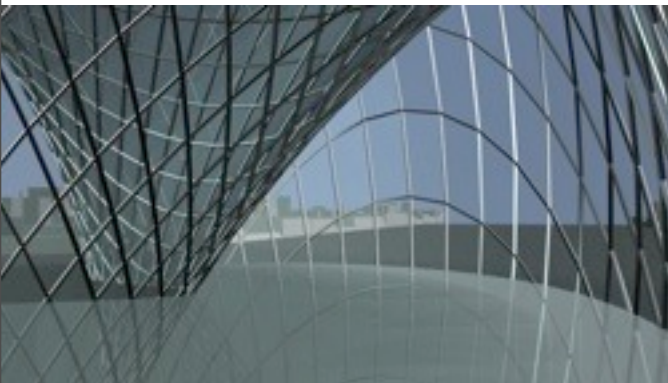
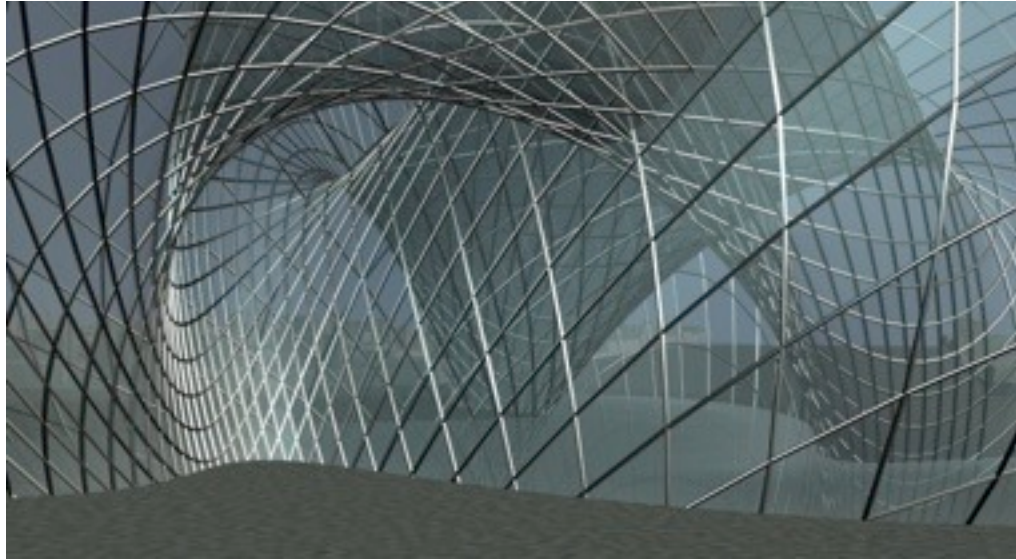
- A vrai dire, ce pavillon, en terme architectural une folie, n'est pas encore sorti de terre. Il fait partie d'un projet architectural de Parc de Promenades et d'Activités Mathématiques que l'école mathématique russe est en train de visualiser.
- Dans la conception de ce parc, figure une architecture nouvelle, associée à cet objet mathématique appelé la surface de Boy, mise en forme sur le plan analytique par François Apéry.

- A vrai dire, ce pavillon, en terme architectural une folie, n'est pas encore sorti de terre. Il fait partie d'un projet architectural de Parc de Promenades et d'Activités Mathématiques que l'école mathématique russe est en train de visualiser.
- Dans la conception de ce parc, figure une architecture nouvelle, associée à cet objet mathématique appelé la surface de Boy, mise en forme sur le plan analytique par François Apéry.
- Voici quelques images de cette architecture

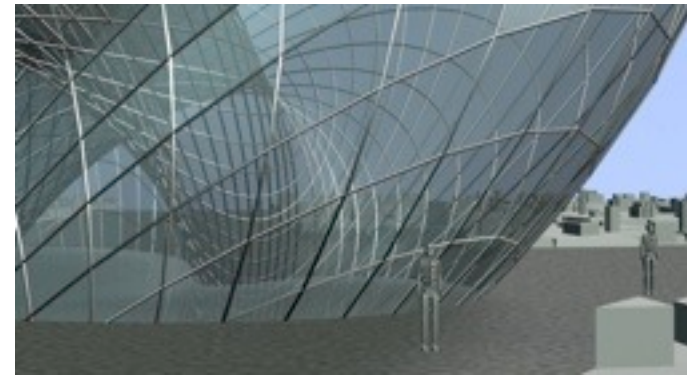
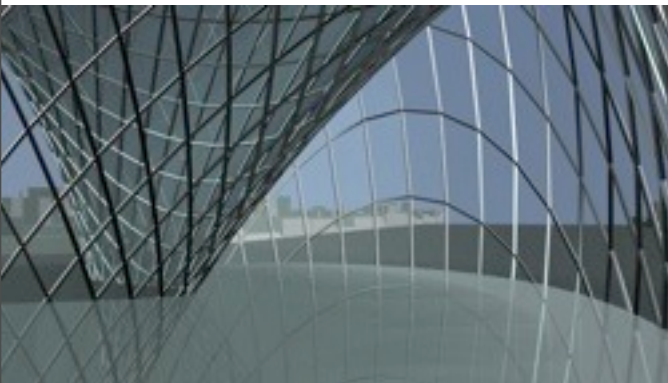
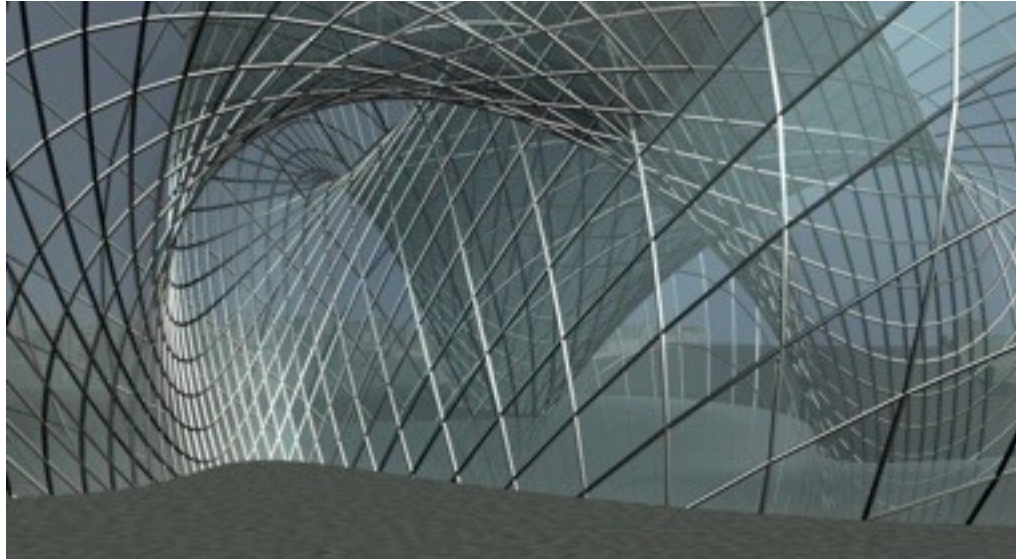


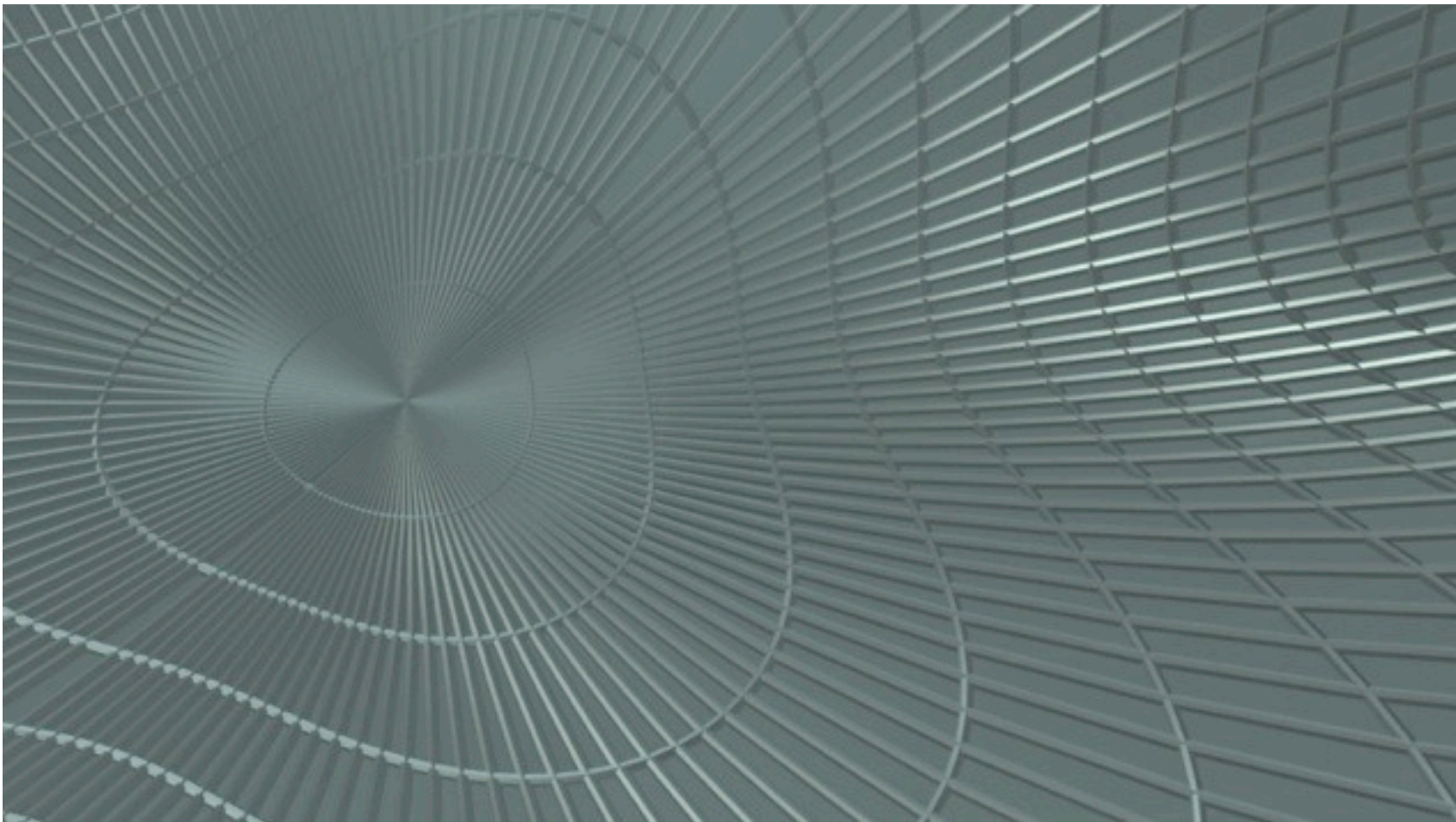
dimanche 9 février 2014

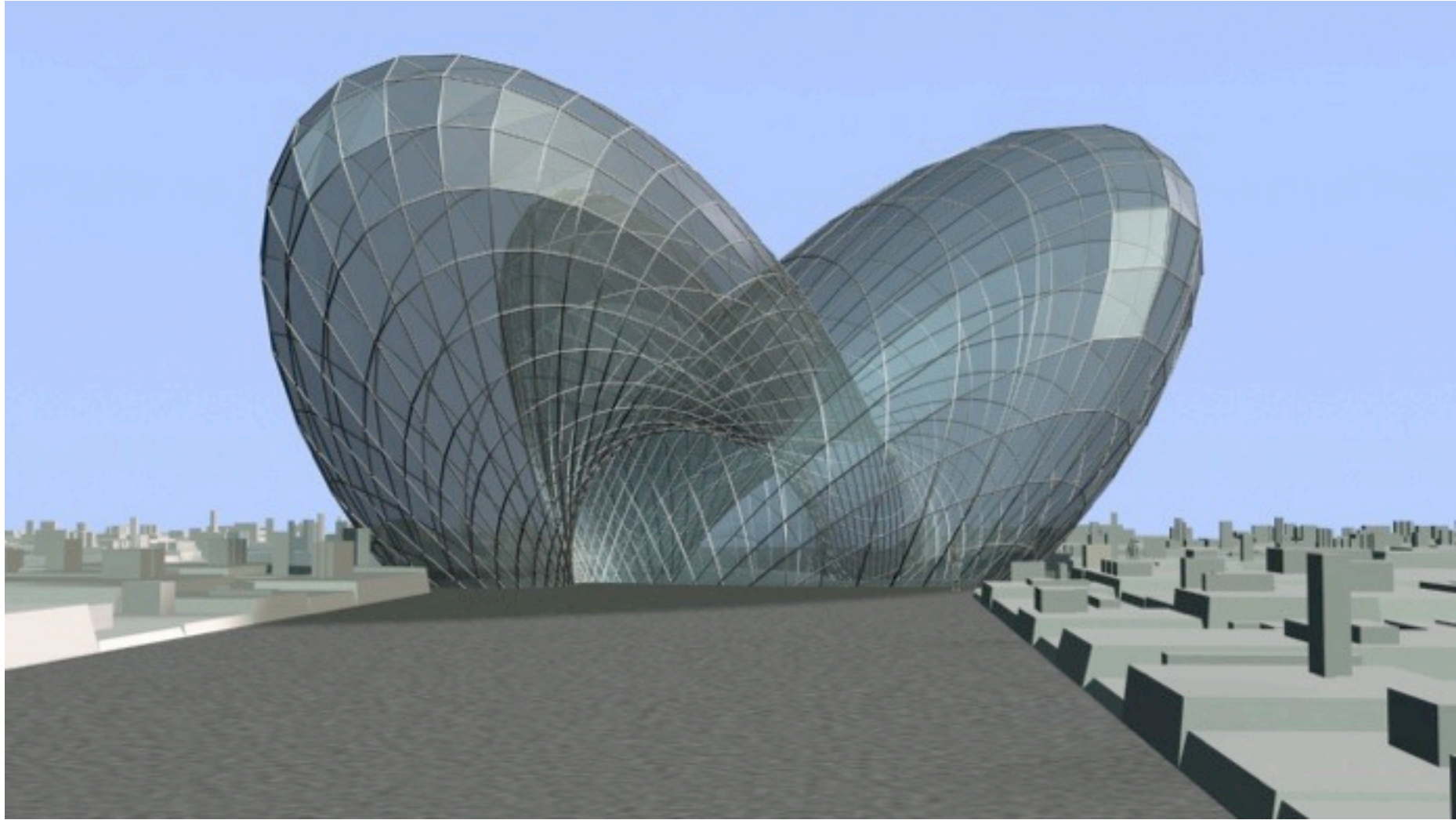
pavée par des quadrangles, et que l'on peut voir de manière un peu plus complète dans un petit film réalisé par Christophe Delsart, visible sur



pavée par des quadrangles, et que l'on peut voir de manière un peu plus complète dans un petit film réalisé par Christophe Delsart, visible sur <http://christophe.delsart.free.fr/ARPAM/>







**Le Père Noël vous remercie pour votre
attention et vous souhaite une très très**

Bonne Année

Le Père Noël vous remercie pour votre attention et vous souhaite une très très



Bonne Année