

LES DÉLICIEUSES

GLISSADES

DE

SPHALOS

Claude-Paul BRUTER

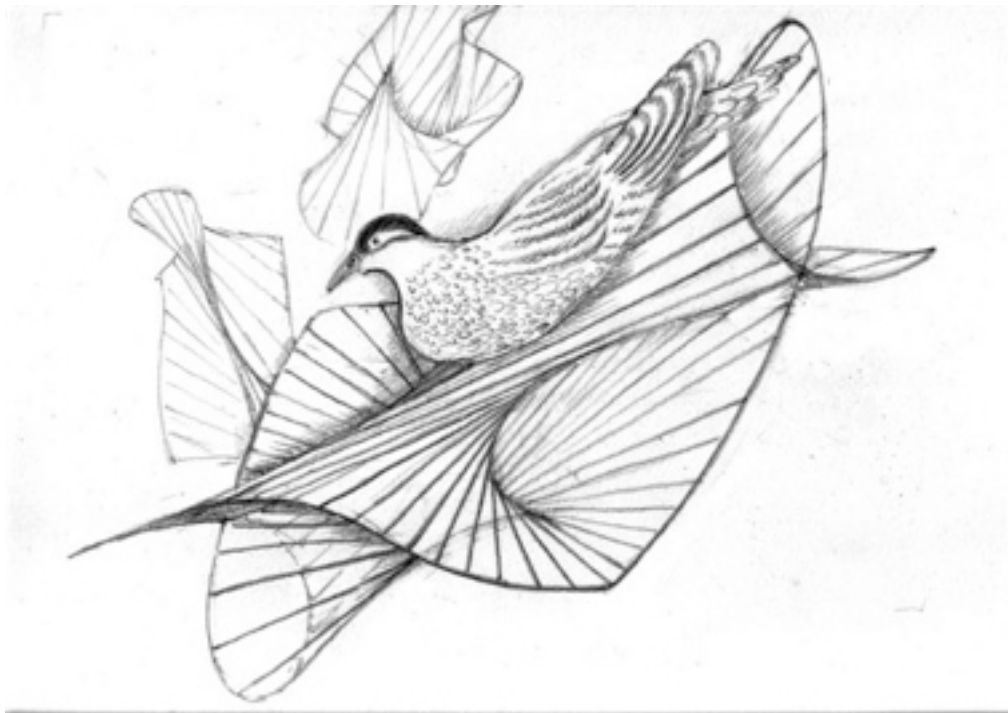
dessin et illustrations

Anatoly FOMENKO

Patrice JEENNER

Dmitri KOZLOV

Jos LEYS



Sphalos glissant sur un espace fibré

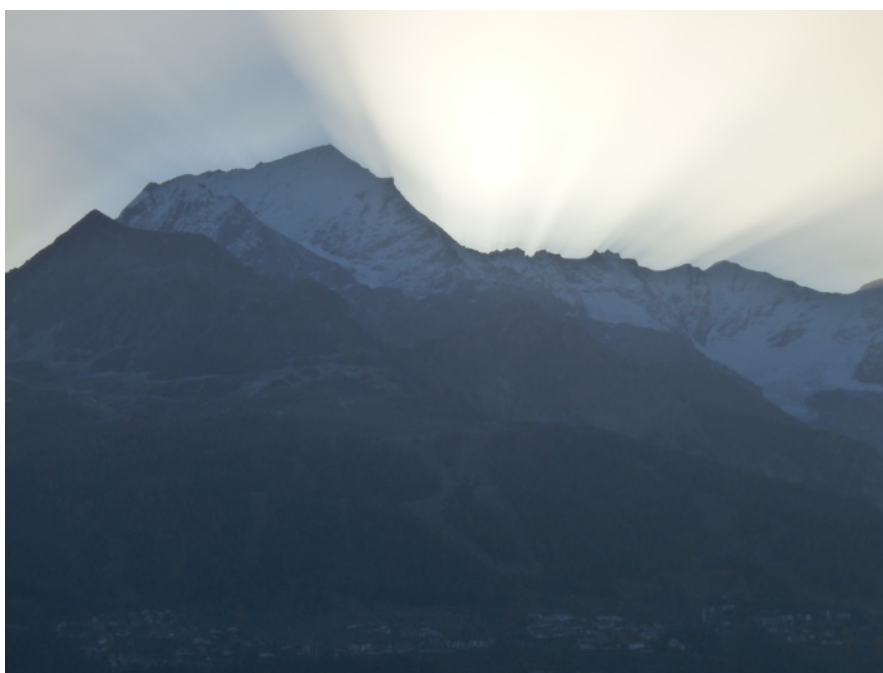
Crayon de Patrice Jeener

Chapitre 1

SPHALOS ET KANGOUROU APPRENNENT QU'ILS SE DÉPLACENT SUR UN ESPACE FIBRÉ

Soleil, en cette heure matinale, était de bonne humeur. Caché encore derrière la montagne, il nous faisait coucou : « Je suis là, je suis là ! » disait-il. S'élevant derrière les sommets, son faisceau de rayons blancs effaçait le noir intense de la nuit, et déjà teintait le ciel d'un bleu léger.

La fenêtre grande ouverte, Kangourou et Sphalos, silencieux, recueillis, admiraient le travail éclatant de leur ami Soleil. Certains rayons étaient plus visibles que d'autres, mais quand même si nombreux que ni Kangourou ni Sphalos réunis ne parvenaient à les compter. Ils se rassemblaient même parfois en longs filaments, s'étirant, nonchalants, dans le ciel éveillé.



Soleil salua nos amis.

- Ne sont-elles pas belles, mes fibres lumineuses ? s'enquit-il

- Oh ! Que si, lui fut-il répondu. Mais comment fais-tu, Soleil, pour remplir si aisément tout l'espace du ciel de tes rayons, de tes fibres dis-tu ?
- Oh les coquins ! Ils veulent connaître tous mes secrets ! Je ne vous les dirai pas tous ! Disons d'abord que je possède dans ma cave, au sous-sol, quelques gros bidons d'énergie, dont je remplis une grande cocotte-minute de ma fabrication. Et dans ma cuisine je chauffe, je chauffe, et encore je chauffe très très fortement je vous l'assure. Vous comprenez bien maintenant pourquoi vous me voyez si rouge, pourquoi je suis si méritant ! Mais je vous remercie, non moins chaleureusement, croyez-moi, de la reconnaissance que vous me témoignez.

Bon, revenons à notre cocotte spéciale, si chaude, si brûlante, vous n'en avez pas idée. Je la laisse à peine refroidir, alors l'énergie initiale se brise ou plutôt se cristallise en un nombre immense de particules ou plutôt de sous-particules diverses, si petites, si infimes qu'on ne les voit même pas avec un microscope ! En tout cas, je puis vous assurer que cette soupe est très riche du point de vue calorique.

J'ouvre alors toutes les soupapes qui peuplent ma cocotte de sorte qu'elle fait pschitt dans toutes les directions, envoyant notamment autour d'elle, et dans tout l'espace, les semi-particules de lumière qu'elle contient. Ce sont elles que vous voyez formant ces longues traînées de fibres plus ou moins fines, les plus fines étant justement les rayons rectilignes lumineux, des droites selon l'apparence.

et le Soleil de conclure majestueusement

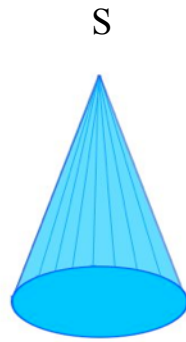
Ainsi, mes amis, la totalité de l'espace autour de vous est un espace fibré !

Kangourou et Sphalos regardèrent Soleil, médusés.

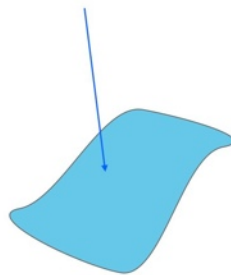
- On ne savait pas que tu étais aussi cuisinier, Soleil, spécialiste de la soupe à semi-particules ! finirent-ils par lui répondre. Mais pourquoi parles-tu de semi-particules ? C'est comme du chinois pour nous !
- Je vous dirai peut-être un jour les transformations internes qui s'accomplissent dans la cocotte, et vous montrerai quelques-unes de ces semi-particules un peu étranges, ambiguës en quelque sorte.

Etranges et ambiguës, car elles se présentent un peu comme le dieu Janus des Romains dont les faces du visage, celle de droite et celle de gauche, sont bien différentes. Si vous suivez une semi-particule dans son déplacement, vue d'un certain côté, elle semble être une particule matérielle, très petite bien sûr, comme une pointe de métal, encore plus petite que la plus infime à laquelle vous pourriez penser ; mais vue de l'autre côté, elle se déplace comme une danseuse, une danseuse attirante, comme celles qui pratiquent parfois langoureusement la danse du ventre, ondulant comme une onde.

Mais oubliez tout ça pour l'instant, et regardez votre ciel, les rayons lumineux qui le peuplent, échappés de la cocotte-minute par une soupape pas plus grosse qu'un point, tenez, je vous dessine un petit pan de ciel ayant la forme d'une pièce de monnaie, d'un disque, et quelques rayons sortant par la soupape et frappant le bord du disque circulaire :



Que l'apparence donnée par cette image, par ce cône de lumière, ne vous trompe pas : c'est chaque point du disque qui est frappé par un rayon lumineux issu de la source S, comme veut le dire cette autre image :

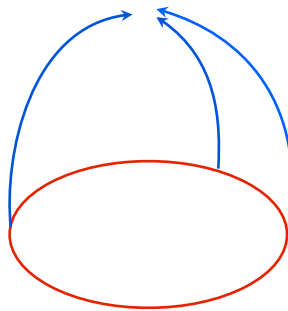


- Il est joli ton dessin, dirent en coeur Sphalos et Kangourou. Mais qu'entends-tu par espace ?
- Oh ! C'est très simple, c'est un lieu dans lequel on peut se promener, sur la terre par exemple, dans ce parc, à pied, en voiture, ou bien sur ce mur, sur cette falaise, sur cette montagne en faisant de l'escalade, un lieu plus généralement dans lequel ou sur lequel on peut se déplacer, comme dans ou sur la mer, les océans, ou comme dans le ciel.
- Un lieu donc sur lequel ou dans lequel on peut se déplacer, soit ! Et tu dis que n'importe quel de ces espaces est fibré ? Mais là, nous ne comprenons pas très bien ce que tu veux dire. Nous avons entendu raconter que certains avaient la fibre artistique, que chez d'autres on apportait la fibre optique, que d'autres encore devaient manger davantage de fibres alimentaires. Le chocolat est-il une fibre alimentaire ? Nous sommes perdus dans cet imbroglio de fibres. En dehors des fibres lumineuses, des rayons lumineux dans le ciel que tu appelles également des fibres, nous ne voyons rien de tel en regardant par terre.
- Je comprends votre embarras, répondit Soleil. On emploie ici ce mot fibre dans un sens imagé. Vous savez que le tronc d'un arbre se compose de filaments très allongés formés de cellules accolées les unes aux autres, les biologistes les appellent des fibres. Quand on dit qu'un espace est fibré, on sous-entend qu'on peut le remplir de fibres plus ou moins imaginaires.

Tenez, prenez la surface de la demi-terre, on l'appelle une demi-sphère ou un hémisphère, celle qui, par exemple, va de l'équateur jusqu'au pôle nord. C'est bien un espace puisque vous pouvez aller et venir comme bon vous semble sur cette demi-sphère. Son équateur est un cercle, n'est-ce-pas ?

- Oui, un très grand cercle, on nous a dit qu'il était très long, deux jours d'avion, et en plus il y fait très chaud toute l'année !
- Voyons kangourou, toi qui sautes si merveilleusement, il ne te faudrait pas deux jours pour revenir en ton point de départ !
- C'est vrai, Soleil, répondit Kangourou. Mais que vient faire le cercle dans ton explication que l'espace sur lequel nous déplaçons tous les jours est un espace fibré !
- Voici : un espace fibré est un domaine dans lequel une partie s'appelle la base, et le reste les fibres. L'équateur, le cercle, est ici la base. C'est de la base que partent toutes les fibres.

Nord



Dans le cas présent, une fibre est une ligne dessinée sur la demi-sphère, et que suit un touriste partant d'un endroit de l'équateur et se rendant au pôle nord. Je n'en ai dessiné que trois, mais il y a autant de fibres que de points de la base, de sorte que l'ensemble de toutes les fibres recouvre complètement notre hémisphère nord.

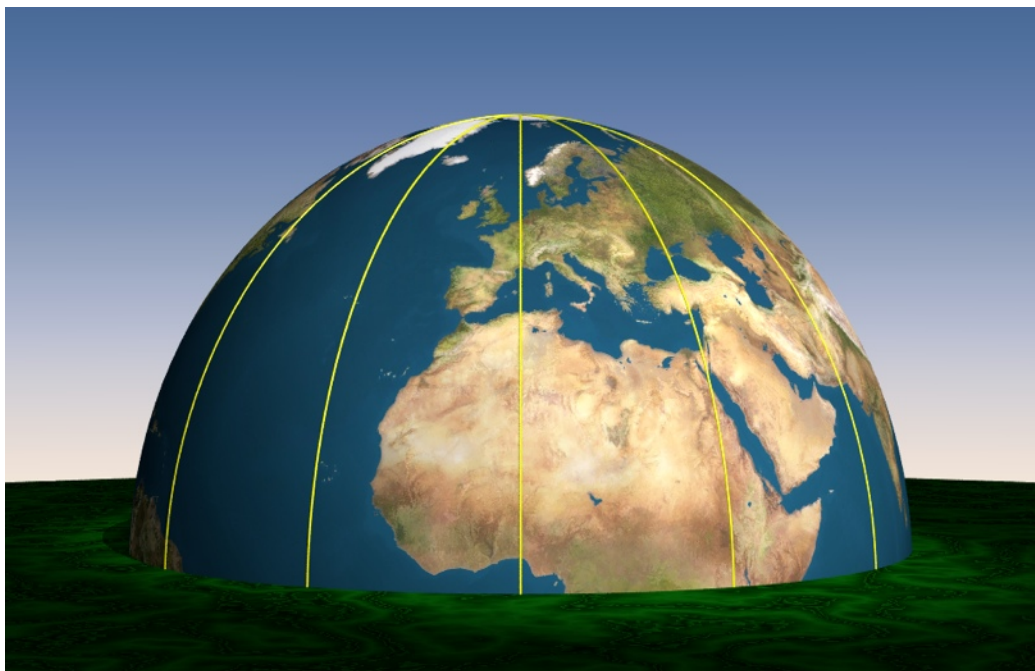


Illustration de quelques «fibres» par Jos Leys

Êtes-vous d'accord, mes amis, que l'hémisphère nord, ou sud d'ailleurs, peut être vu comme un espace fibré dont la base est l'équateur ?

- Oui, répondirent ensemble et joyeusement Sphalos et Kangourou, tu nous a convaincus. L'hémisphère est bien un espace fibré dans ton sens. Mais laisse-nous réfléchir, et voir si, par nous-mêmes, nous ne pourrions pas trouver d'autres espaces qui soient fibrés comme tu le dis. Mais sais-tu que tu as été bien long, et que nous n'avons pas encore pris notre petit déjeuner ?

- Oh, pardonnez-moi, mes amis. Je comprends mieux à mon tour pourquoi, parlant de fibres, tu as évoqué le chocolat. Allez le boire plutôt, et n'oubliez pas de manger aussi des céréales : elles contiennent beaucoup de fibres excellentes pour la santé.

Chapitre 2

LE POINT DE VUE DE SIRIUS

Ils étaient pressés de sortir. Le chocolat bien chaud goulûment bu, les céréales avalées, Kangourou et Sphalos chaussèrent rapidement, et mirent leur nez dehors, skis sur l'épaule pour Sphalos, snowboard sous le bras pour Kangourou. Soleil illuminait la vallée, la neige étincelait sur les sommets. Kangourou sauta vers le sommet du Mont Sirius. Plus placidement, Sphalos se laissa tirer par le tire-fesses. Du siège de sa remontée mécanique plus rapide, Céphaline lui fit coucou de la main.

Céphaline était leur copine préférée. Elle riait des garçons, et avec les garçons, les aidait autant qu'elle le pouvait, mais n'en pensait pas moins. Ses yeux pétillaient d'intelligence, elle fascinait son entourage. Pour l'heure, bien emmitouflée, elle montait elle aussi vers la pointe du mont Sirius. Elle s'y rendait pour la première fois.

- Que c'est beau ! dit-elle admirative à ses compagnons quand ils furent réunis tous les trois, pivotant sur elle-même pour saisir du regard les étendues de neige silencieuses qui filaient sous ses pieds.

Le Mont Sirius était célèbre. C'était l'endroit où, paraît-il, il fallait aller pour mieux comprendre les choses de ce monde. Et cela dans tous les domaines. Qui est au pied de l'arbre, à la porte de la maison, ne peut imaginer l'étendue de la forêt, l'organisation du village.

Du sommet pointu, le spectacle était magnifique : on dominait les montagnes avoisinantes, les festons bleutés ou scintillants qu'elles dessinaient dans le ciel épuré, on voyait loin, très loin. Aussi, l'hiver, les meilleurs skieurs s'y donnaient rendez-vous. Et en cette saison, on y voyait même le joyeux Père Noël habillé tout en rouge !

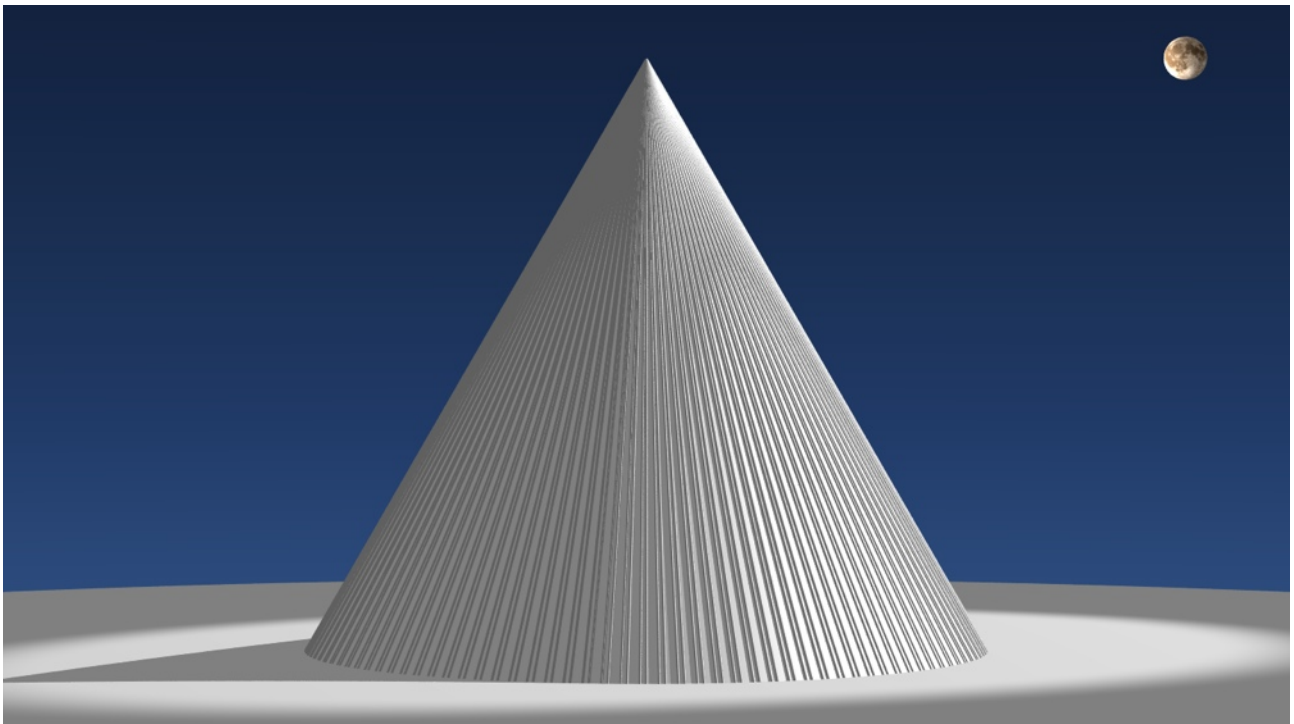
Ce jour-là, de tous côtés, partaient des traces de ski. Pour être grisés par la vitesse, les skieurs aux combinaisons multicolores partaient tous selon la ligne de plus grande pente, le regard tendu, tout schuss, sans dévier un instant de la trajectoire rectiligne sur laquelle ils étaient lancés. Ce n'est que bien plus bas, à l'orée des bois de sapins, près des remonte-pentes, qu'ils viraient en dérapage et s'arrêtaient enfin.

Kangourou et Sphalos se regardèrent soudain. La même pensée s'était formée dans leur esprit. La conversation, quelques heures plus tôt avec Soleil, le dessin qu'il leur avait montré de ce faisceau en éventail de lignes de lumière qui s'échappaient d'un

point du disque solaire, de ce cône de lumière avait-il dit, les avaient marqués. La présence de Céphaline les rendirent très savants.

- Regarde, lui dirent-ils, ici au sommet, sur la pointe de Sirius, nous sommes en la singularité d'un cône, c'est la forme du Mont Sirius aujourd'hui enneigé. Un cône de neige, et non pas un cône glacé ! Que préfères-tu, manger de la neige ou manger de la glace ?
- Les glaces de Bertillon sont délicieuses, mais emplir la bouche de neige fraîche apporte une sensation extraordinaire que nulle glace ne parvient à donner !
- Tu veux y goûter maintenant ?
- On verra peut-être plus tard, dit-elle, en s'empressant de s'élancer sur la pente. Ah ! ces garçons ! Indécrottables ! pensa-t-elle.

Ils la suivirent aussitôt, Sphalos en glissant, Kangourou en sautant. Ils filaient droit tous les trois, Kangourou et Sphalos constamment songeant que les traces qu'ils laissaient derrière eux étaient analogues aux rayons que le soleil dardait sur la surface du cône de lumière. Aujourd'hui, le Mont Sirius, ce cône de neige était bien un espace fibré. Du moins, grâce à nous les skieurs, on en voyait bien les fibres qui, en surface, partaient du haut, et arrivaient tout en bas.



Silence et Nuit sur le Mont Sirius

Illustration par Jos Leys

Chapitre 3

UN GOÛTER ELLIPTIQUE

Ils avaient skié toute la journée. Il était près de cinq heures, le ciel se grisait déjà, une petite faim et soif les tiraillaient. La perspective d'un goûter les agitaient.

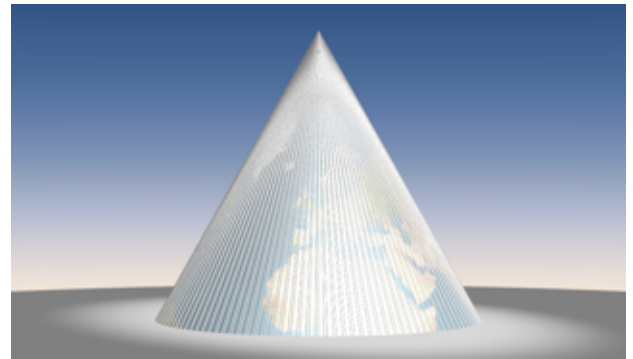
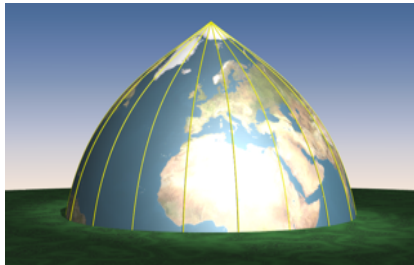
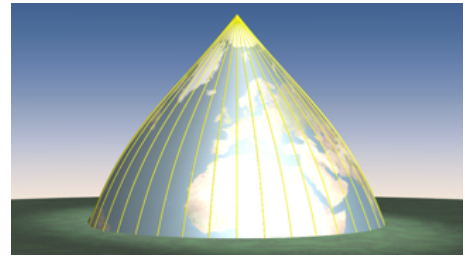
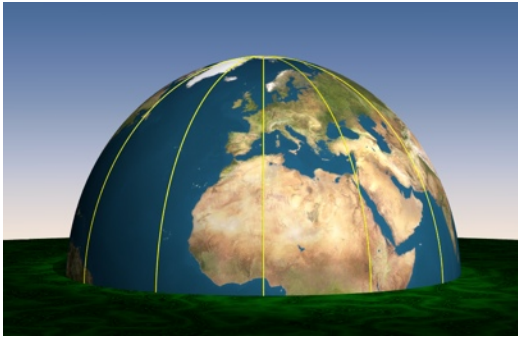
«Pâtisserie du Mont Sirius, Spécialités de Cônes». Cépahaline, Kangourou et Sphalos étaient fascinés. C'était décidemment une journée singulière, une journée conique ! Soleil leur avait parlé de cône le matin, en skiant l'idée de cône les avait poursuivis, et voici que maintenant, ils découvraient, en ce moment propice à la gourmandise, une pâtisserie spécialisée dans la fabrication de friandises diverses ayant toutes des formes coniques, et évidemment illuminée de lumières ayant toutes également des formes coniques ! Même les flammes avaient cette forme captivante ! Comment résister ?

Ils réunirent les quelques sous qu'ils avaient en poche et entrèrent.



Assis autour de la table, chacun s'affaira avec attention et délicatesse sur le contenu de son assiette. Ils savouraient le plaisir d'être ensemble, de partager les impressions gustatives que leur apportaient ces pâtisseries originales. Chacune d'elle était analysée dans sa composition, dans sa texture, dans sa forme. Ils s'amusaient à les comparer.

- Mon cône est plus allongé que le tien, fit remarquer Kangourou s'adressant à Sphalos.
- Ah oui, mais la partie ronde de l'assiette sur laquelle repose le mien est plus étendue, on l'appelle un disque n'est-ce pas ?
- Tu as raison, ce disque est la base de ton cône plein de chocolat, mais si le chocolat fond un peu, ton cône va prendre la forme de la pâtisserie verte de Céphaline qui ressemble plus à un hémisphère qu'à un vrai cône !
- Et après ! Il sera aussi bon ! Remarque qu'inversement ...
- Dîtes donc, les garçons, vous y allez un peu fort ! C'est la pâtisserie verte qui ressemble à un hémipshère, ou Céphaline qui ressemble à un hémisphère ?
- Allons Céphaline, ne sois pas aussi susceptible et pontilleuse ! intervint Sphalos. C'est vrai que tu es une analyste qui vérifie le moindre détail, la comparaison entre un cône et un hémisphère t'inspirerait-elle ?
- Peut-être ! Voyez-vous, il faut d'abord distinguer le cône plein du cône creux, comme celui du cornet dans lequel on met la glace, de même qu'on doit faire la distinction entre la boule qui est pleine comme celle en chocolat, et la sphère qui est creuse, comme la balle de ping-pong. L'hémisphère est une moitié de sphère, il est creux ; il faut donc le comparer au cône creux.
- En effet, merci Céphaline. Ce que je voulais dire tout à l'heure, quand tu m'as interrompu, est qu'on peut déformer insensiblement, il paraît qu'on dit continûment aujourd'hui, le cône creux en un hémisphère, et inversement, comme s'ils étaient en pâte à modeler, on peut déformer l'hémisphère en un cône creux. On pourrait aussi lui donner la forme d'une trompette en étirant la pâte à modeler vers le haut de manière à réduire progressivement le diamètre du cône.



Déformation de l'hémisphère en cône droit à base circulaire Illustrations par Jos Leys

- Ne peut-on pas dire que cette trompette, ce cône et cet hémipshère sont en quelque sorte équivalents ?
- Tout à fait. Oui, il nous faudrait de la pâte à modeler et fabriquer toutes les formes que nous considérons comme équivalentes à celle du cône. Le haut de la flamme de notre bougie lui ressemble. D'ailleurs on pourrait donner un nom à cette famille de formes. Quand on parle de la famille princière, on en voit tout de suite les membres et on sait à qui on s'adresse.
- Merci, dit noblement le Prince des Kangourous. Je ne prendrai ta remarque ni au premier, ni au second degré. Pour en revenir à ta recherche patronymique, elle me paraît, comme d'habitude, pleine de bon sens, mais un peu prématurée. Je ne suis pas certain que notre connaissance des cônes et des hémisphères soit assez avancée pour nous lancer dans cette aventure.

Ces paroles prudentes et bien sérieuses rafraîchirent quelque peu l'atmosphère. Nos trois gourmands piquèrent le nez dans leur assiette, plus soucieux que jamais de finement apprécier l'art du pâtissier.

Un gros éclat de rire d'une table voisine les fit se retourner. Un petit enfant amusait la galerie : il avait placé un cône en chocolat sur son nez en disant qu'il était Pinocchio, ses copains s'essayaient à faire de même sans toujours beaucoup de succès. C'était à qui ferait davantage le clown.

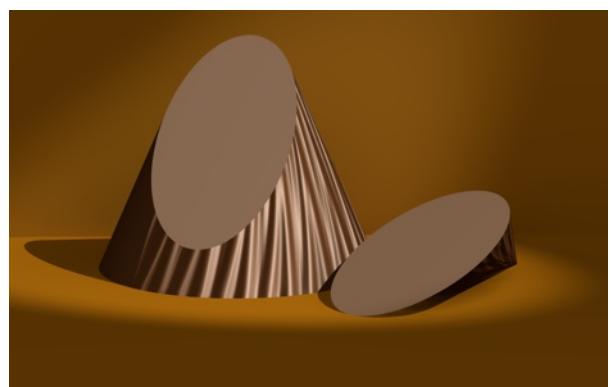
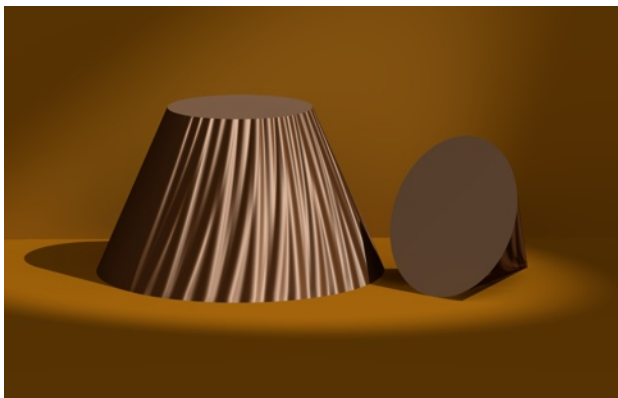
Chacun puisait dans son gâteau bien sûr à sa façon. Pour bien différencier et marquer leur personnalité, ils avaient convenu que chacun procéderait de manière différente des autres. Les cuillères bien plates qu'on leur avait données les incitaient à découper leurs cônes en tranches. Ils décidèrent de se partager le travail ainsi.

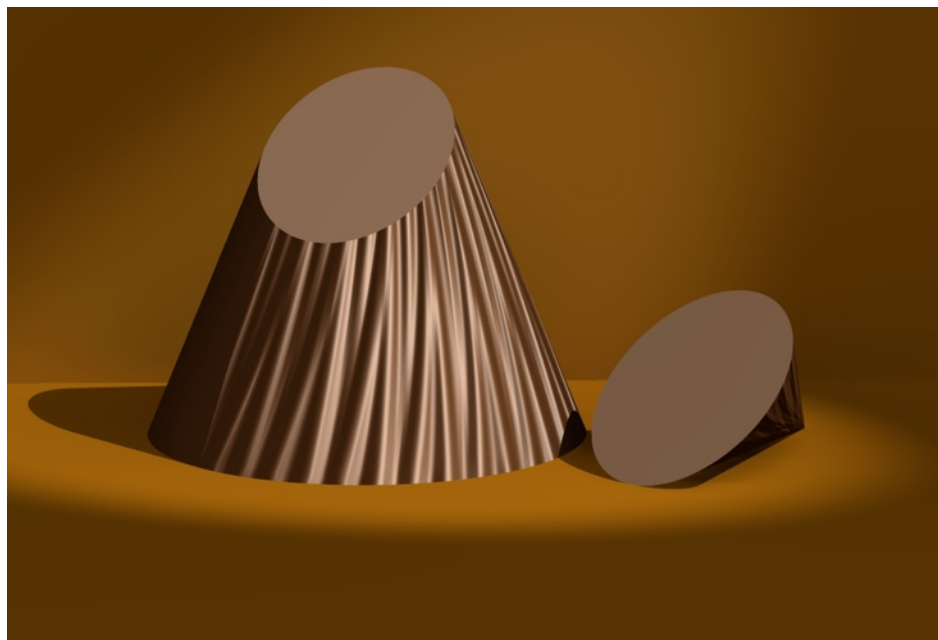
Céphaline, partie du sommet du cône, avait choisi de faire des tranches plus ou moins horizontales qui rencontraient l'axe du cône. Elles ne devaient jamais devenir parallèles à l'une quelconque des fibres.

Kangourou s'efforçerait de couper son cône en tranches bien verticales, et bien parallèles entre elles.

Sphalos, lui, essaierait de couper sa friandise conique en tranches parallèles à l'une des fibres rectilignes, toujours la même, de la surface du cône.

- Oui Céphanline! Parfaite cette coupe, bien horizontale ! Le bord est un cercle très réussi !
- Pas mal non plus, toi, Kangourou, mais ta main tremble un peu vers le bas, ça fait des miettes. Regarde Sphalos comme il fait attention ! A cette vitesse-là, tu serais encore sur les pentes !
- Pas très réussie cette coupe, Céphaline, un côté est plus haut que l'autre !
- Vrai, mais c'est aussi bon, même si la forme du bord n'est plus un cercle. Je recommence, de sorte qu'un côté est encore bien plus haut que l'autre, et tu vois, j'ai toujours cette même forme de cercle déformé, et qui pourtant, apparemment, présente toujours deux directions de symétrie.
- Recommence, pour voir !
- Oh, c'est presque un cercle parfait !
- Encore ce cercle déformé avec ses axes de symétrie.





Gourmands, s'abstenir
Illustrations par Jos Leys

Les regards de nos trois héros étaient rivés sur les bords des sections que Céphaline faisait les unes après les autres, rencontrant toujours l'axe de son gâteau conique. Kangourou et Sphalos avalaient leur friandise sans maintenant faire trop attention à la manière dont ils prenaient leurs parts.

Un Père Noël gourmand, qui passait près d'eux, amusé par de les voir si absorbés, se penchant un instant vers eux, leur glissa succinctement :

- Voyez-vous les enfants, les bords des tranches de votre amie sont des courbes qu'on appelle des ellipses. Bon appétit !

Céphaline, Kangourou et Sphalos, surpris, levèrent les yeux. Le sourire en coin, ce Père Noël avait presque disparu.

Chapitre 4

SUR LE MONT APOLLONIUS

Remis de leur surprise, Céphaline, Kangourou et Sphalos terminèrent rapidement leur goûter, se promettant de revenir le plus tôt possible, dès le lendemain, en ce lieu aussi attirant, réconfortant qu'insolite. Ils programmèrent de se retrouver d'abord sur le Mont Apollonius, pour y expérimenter physiquement leur trouvaille : il y avait plein d'ellipses sur le cône.

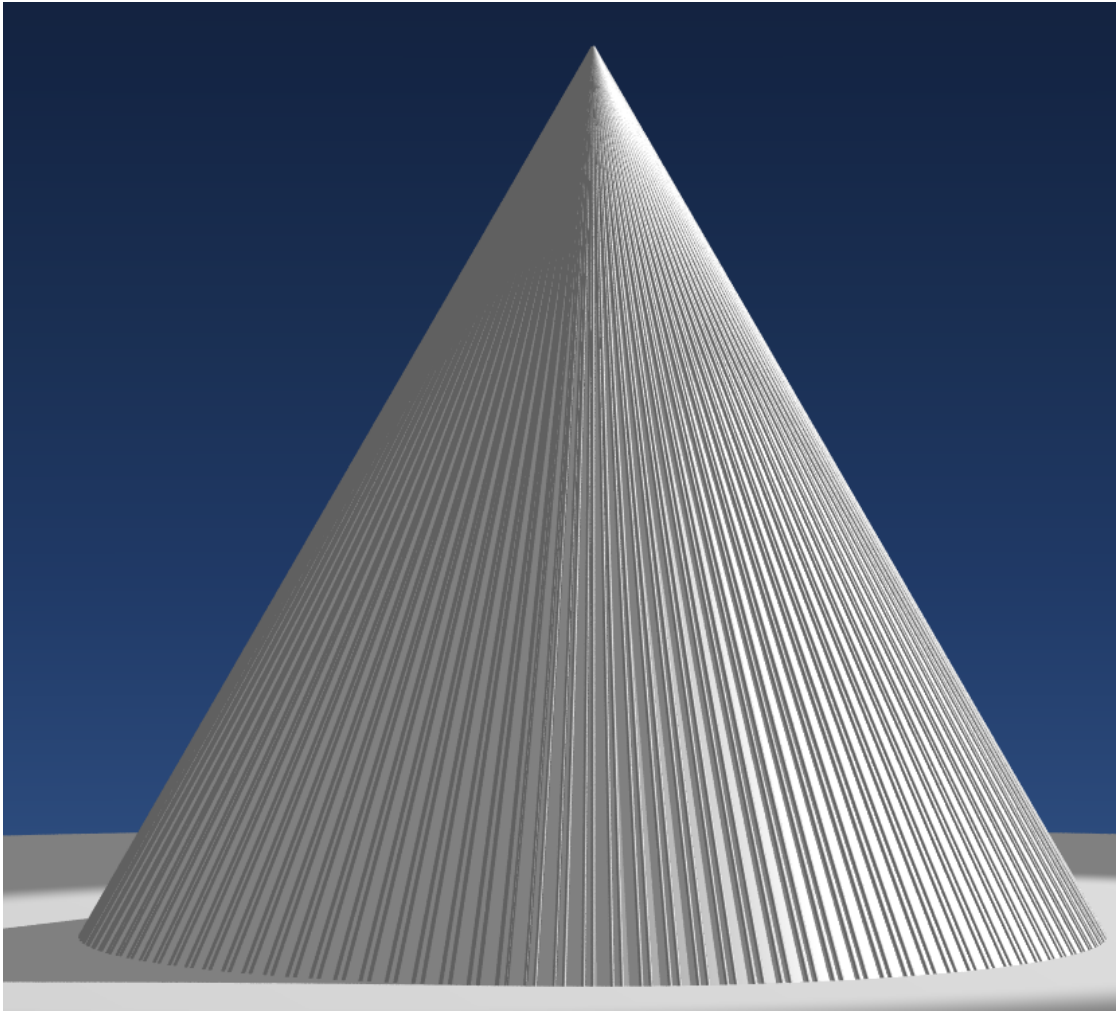
Selon la légende, un grand penseur des temps anciens avait planté son logis au sommet de ce Mont, et y avait écrit des traités fort savants dont on trouvait encore trace dans les bibliothèques d'aujourd'hui. Ce Mont avait aussi la forme d'un cône, et les traités en question évoquaient les propriétés extrarodinaires des cônes de leur époque, et des sections qu'on pouvait leur faire subir. Il y avait évidemment bien peu de chances pour que ces propriétés se soient modifiées au cours des âges.

Ils étaient les premiers à être arrivés sur son sommet. Il avait neigé la nuit, une poudreuse très blanche, immaculée, légère, lissait toutes les aspérités. Elle semblait, au loin, se confondre avec le ciel.

Elle étouffait tout bruit. Ils étaient, eux aussi, comme immobilisés par ce silence infini. Il emplissait l'espace.

Soudain, comme des chiots sortant de l'eau, ils s'ébrouèrent. D'abord se mettre en jambes : ils décidèrent pour commencer de partir en trace directe, tout droit vers le bas. Malgré leur vitesse, ils glissaient silencieusement. L'air sec et froid se frottait contre les visages. Le plaisir était aérien.

Leurs traces rectilignes fibraient le cône enneigé. Il semblait maintenant recouvert par de longs rubans blancs finement attachés au seul sommet. Un artiste aurait-il pu faire mieux ?



Cette oeuvre de fibration achevée, ils entreprirent de dessiner des ellipses sur le cône. Bien sûr, son sommet pouvait être considéré comme une ellipse singulière : elle était en quelque sorte là par nature, ils n'avaient point à se fatiguer pour la créer ! Et après tout, un cercle était aussi une ellipse singulière, moins que la précédente certes, mais quand même bien singulière : n'avait-elle pas une infinité d'axes de symétrie ?

Ils ne tracèrent qu'un seul cercle, encore était-il de petite taille : pas facile de tourner autour du sommet en restant toujours à la même hauteur ! Ils ne pouvaient pas prendre de vitesse, certes, en se maintenant sur cette ligne que les géographes appellent une ligne de niveau. « Pas drôle, dirent-ils, un seul suffira ! »

Selon les expériences faites la veille, les ellipses tracées sur le cône avaient un point le plus élevé et un point le plus bas. La ligne joignant ces deux points semblait être un axe de symétrie de l'ellipse. Si cela était, la longueur du chemin joignant ces deux points devait être la même, que l'on quitte le point le plus élevé par la droite ou par la gauche.

Si donc Céphaline et Sphalos, ils skiaient à vitesse égale, partaient en même temps d'un point le plus élevé, ils devaient se rencontrer au même moment au point le plus bas : à condition bien sûr qu'ils suivent des bonnes trajectoires, l'une étant la demi-ellipse gauche, l'autre la demi-ellipse droite, la symétrique de la précédente par rapport à l'axe de symétrie. Comment faire ?

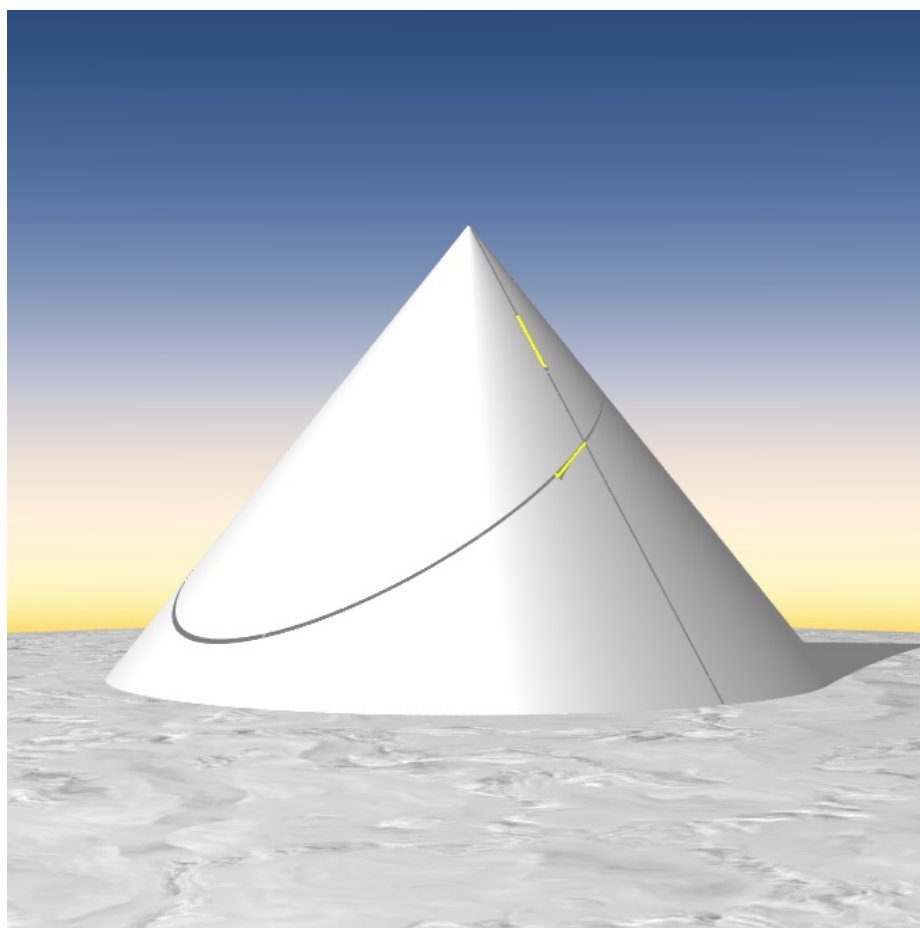
Kangourou leur proposa de rester au sommet du Mont Apollonius, et, de la voix, de les guider. Il ne cessait de s'adresser à l'un et à l'autre.

- Tourne un peu plus à droite, Sphalos.
- A gauche, à gauche, Céphaline.

En leur tout début, les trajectoires restèrent à peu près symétriques. Mais rapidement, au fur et à mesure que nos skieurs s'éloignaient de Kangourou et gagnaient de la vitesse, elles prirent un caractère de plus en plus personnel. Ce n'est qu'au pied des remonte-pentes que Céphaline et Sphalos, amusés par l'échec de leur expérience, se rejoignirent en un gros éclat de rire.

S'approchant de l'engin mécanique qui allait les monter là-haut, tout en haut jusqu'à Kangourou, ils aperçurent un bonhomme drôlement attifé qui s'affairait près d'un vieux tonneau mais d'une belle hauteur. Ils n'eurent pas le temps d'en voir davantage.

Assis sur le siège confortable du remonte-pente, ils devisèrent sur leur échec. «Nous devrions aller beaucoup moins vite, veiller à être constamment à la même hauteur, tourner en même temps et de la même façon», telle fut leur conclusion.



Chaque ski jaune illustre la direction de la vitesse selon la trajectoire du skieur

Illustration par Jos Leys

A propos de vitesse, Céphaline fit aussi cette remarque toute bête qu'elle était toujours dirigée dans le sens de leur mouvement, et donc dans le même sens que les

fibres lorsqu'ils dévalaient tout droit les pentes, dans une direction presque perpendiculaire, transversale pourrait-on dire, lorsque par exemple ils avaient parcouru un cercle, ou essayaient de descendre selon une ellipse.

Une surprise les attendait à leur arrivée. De loin déjà, se détachait sur le bleu du ciel un cône de neige surmonté d'une boule aussi blanche. Kangourou les attendait fièrement devant son chef-d'oeuvre.

- Apollonius vous souhaite la bienvenue ! dit-il à ses compagnons.

Etaient tracées sur la boule des ellipses ou des arcs d'ellipses figurant des yeux rieurs, des lèvres souriantes. Bien sûr, le nez pointu était conique. Les stries fines qui couraient de haut en bas donnaient l'illusion parfaite des plis d'un élégant manteau. Un beau faisceau d'ellipses dessinées autour du cou de cet accueillant personnage assurait sa prestance.

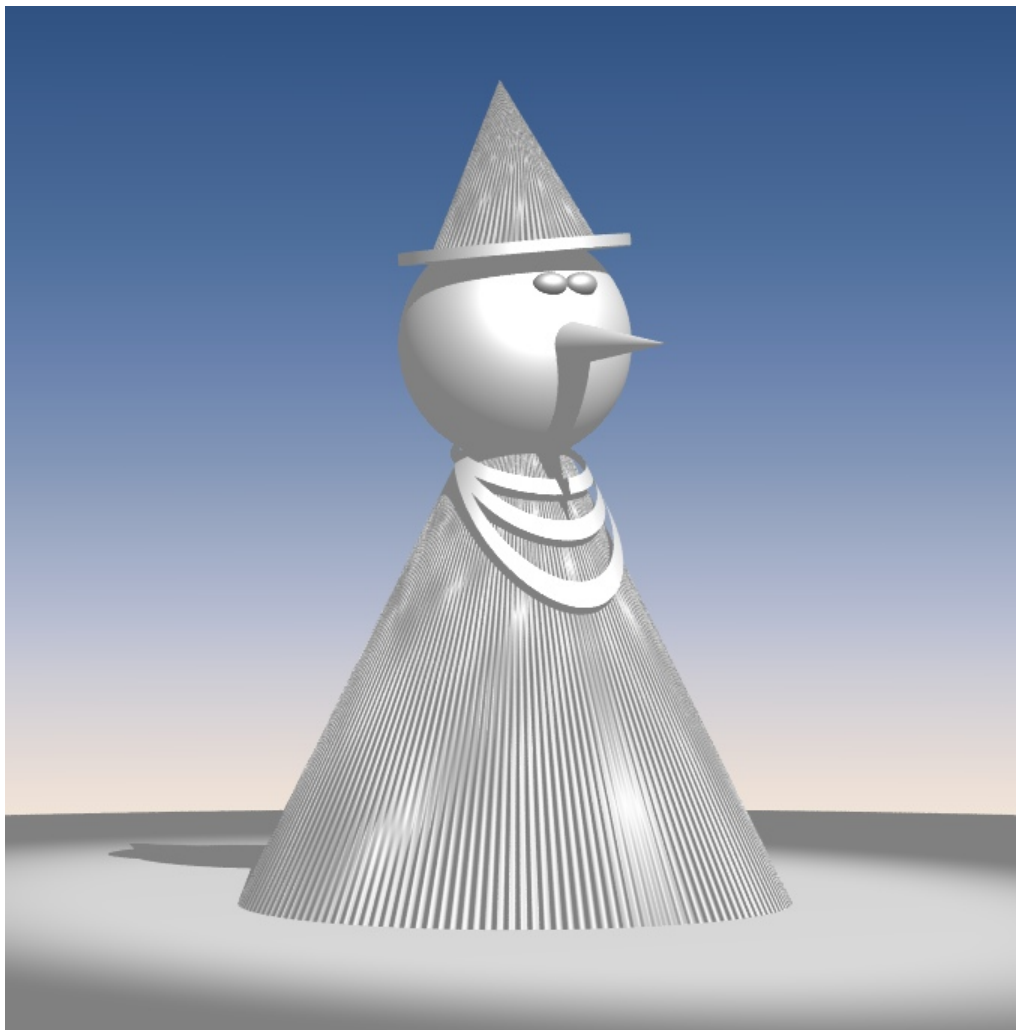


Illustration par Jos Leys

Sous le regard attentif de Kangourou, Céphaline et Sphalos s'essayèrent à nouveau à tracer une ellipse. S'ils parvinrent bien à se rejoindre, la courbe finale qu'ils avaient dessinée était loin de ressembler à l'ellipse, très évasée près de leur point de départ, trop peu près de leur lieu de rencontre.

En somme, il leur manquait la connaissance de la manière dont tournait l'ellipse en chacun de ses points, de sa courbure. Fort de cette prise de conscience, ils décidèrent d'abandonner ce jeu de tracer une ellipse autour du Mont Apollonius. Ils filèrent droit vers l'endroit où devait se tenir le tonneau.

Sur lequel juché, misérablement vêtu, notre homme s'agitait : «Buvez Biogène avec Diogène» criait-il. Il distribuait des boissons chaudes. Céphaline, Kangourou et Sphalos s'approchèrent. Tout en buvant l'étrange et chaleureux liquide, leur regard se posa sur le tonneau lavé par le temps. Les lattes verticales et bombées étaient en somme comme les fibres d'un espace, la surface du tonneau en l'occurrence. Trois cercles de fer, un peu rouillés, le ceinturaient. Un tout en haut, un tout en bas, et un plus large dans la partie la plus bombée, au milieu.

- Je choisis celui du bas, dit Kangourou.
- Celui du haut, dit Sphalos.
- Et moi qui suis entre vous, celui du milieu dit Céphaline.
- Ne pourrait-on pas dire que le tonneau est un espace fibré, n'importe quel cercle pouvant être choisi comme base sur laquelle reposent les fibres ? dit Kangourou.



Illustration du tonneau par Jos Leys

**Jos nous montre le contenu de la barrique, un élixir remontant :
l'élixir d'Anvers vert**

Céphaline et Sphalos approuvèrent. Sphalos ajouta:

- Oui, mais ces cercles jouent sur le plan pratique un rôle important : ils assurent la stabilité de l'ensemble des fibres, leur cohésion, la connexion entre elles.
- Bonne remarque dit Céphaline. Et ce qui permet cette propriété est évidemment due au fait que ces cercles sont disposés à peu près perpendiculairement aux fibres, transversalement.
- En effet, dit Kangourou. J'ajouterai que la courbure de ces cercles contribue fortement à définir la forme du tonneau.

A peine avait-il fini sa phrase qu'il se retrouva par terre, enfin le nez dans la neige ! Lui, le Kangourou merveilleux ? Eh, oui, un tout fou débutant, manquant son dérapage, était venu s'encaster dans lui. En tombant, Kangourou avait heurté Sphalos qui avait heurté Céphaline : un vrai château de cartes. Skis, bras et jambes étaient emmêlés. Quel sac de noeuds ! Il n'y avait eu, heureusement, plus de peur que de mal.

Ils décidèrent néanmoins de rentrer. Prochain rendez-vous : la Pâtisserie que vous connaissez, on y trouve les remèdes pour fortifier le moral.

Chapitre 5

DES DÉFORMATIONS EN TOUT GENRE

Comme toutes les fins d'après-midi en cette saison, la Pâtisserie du Mont Sirius, maintenant célèbre, faisait le plein. Toutes les formes d'accoutrement s'y rencontraient, et de visages aussi. Stimulante cette diversité. Elle invita nos amis à jouer, un jeu nouveau, du moins le croyaient-ils, le jeu du nez.

Déjà, la veille, l'idée était venue, pendant qu'à Pinocchio les voisins de table jouaient. A quoi ressemble à un cône, si ce n'est à un nez, comme celui tout blanc fiché par Kangourou sur son Apollonius.

Il faisait froid dehors, bien chaud dedans. Et les nez qui passaient, qui parlaient, qui chantaient, qui dansaient, qui sautaient, qui riaient, faisaient à tout moment penser à ces cônes en chocolat qui s'affaissaient, s'aplatissaient, se tordaient, s'élargissaient, se penchaient, se courbaient, s'écartaient, s'allongeaient, se raccourcissaient, vers la droite, vers la gauche, vers le haut, vers le bas.

Nos trois larrons avaient apporté un dictionnaire, et comparaient ce qu'ils voyaient, sur les visages ou dans leur assiette, à ce qu'ils lisaient : « nez long, nez droit, nez grec, aquilin, bourbonien, busqué, crochu, écrasé, épaté, pointu, retroussé, en bec d'aigle, en lame de couteau, en pied de marmite, en patate ! », et pourquoi pas en aubergine, en carotte ou en courgette ? Quelle ratatouille ne pouvons-nous pas faire avec des nez !

Céphaline, dont la mémoire était grande, se souvint à ce propos du peintre fameux, Arcimboldo. Ses tableaux hauts en couleurs assemblaient tous les fruits de la terre en personnages pleins d'humour et moqueurs.



Il n'était pas jusqu'au psychologue et jusqu'à l'acteur qui ne fit l'éloge du nez. Ils entendirent Edmond Rostand déclamer :

Ah ! non ! c'est un peu court, jeune homme !

On pouvait dire... Oh ! Dieu ! ... bien des choses en somme...

En variant le ton, - par exemple, tenez :

Agressif : "Moi, monsieur, si j'avais un tel nez,
Il faudrait sur-le-champ que je me l'amputasse ! "

Amical : "Mais il doit tremper dans votre tasse
Pour boire, faites-vous fabriquer un hanap ! "

Descriptif : "C'est un roc ! ... c'est un pic ! ... c'est un cap !
Que dis-je, c'est un cap ? ... C'est une péninsule ! "

Curieux : "De quoi sert cette oblongue capsule ?
D'écritoire, monsieur, ou de boîte à ciseaux ? "

Gracieux : "Aimez-vous à ce point les oiseaux
Que paternellement vous vous préoccupâtes
De tendre ce perchoir à leurs petites pattes ? "

Truculent : "Ça, monsieur, lorsque vous pétenez,
La vapeur du tabac vous sort-elle du nez
Sans qu'un voisin ne crie au feu de cheminée ? "

Prévenant : "Gardez-vous, votre tête entraînée
Par ce poids, de tomber en avant sur le sol ! "

Tendre : "Faites-lui faire un petit parasol
De peur que sa couleur au soleil ne se fane ! "

Pédant : "L'animal seul, monsieur, qu'Aristophane
Appelle Hippocampéléphantocamélos

Dut avoir sous le front tant de chair sur tant d'os ! "

Cavalier : "Quoi, l'ami, ce croc est à la mode ?
Pour pendre son chapeau, c'est vraiment très commode ! "

Emphatique : "Aucun vent ne peut, nez magistral,
T'enrhumer tout entier, excepté le mistral ! "

Dramatique : "C'est la Mer Rouge quand il saigne ! "

Admiratif : "Pour un parfumeur, quelle enseigne ! "

Lyrique : "Est-ce une conque, êtes-vous un triton ? "

Naïf : "Ce monument, quand le visite-t-on ? "

Respectueux : "Souffrez, monsieur, qu'on vous salue,
C'est là ce qui s'appelle avoir pignon sur rue ! "

Campagnard : "Hé, ardé ! C'est-y un nez ? Nanain !
C'est queuqu'navet géant ou ben queuqu'melon nain ! "

Militaire : "Pointez contre cavalerie ! "

Pratique : "Voulez-vous le mettre en loterie ?
Assurément, monsieur, ce sera le gros lot ! "

Enfin parodiant Pyrame en un sanglot
"

Le voilà donc ce nez qui des traits de son maître
A détruit l'harmonie ! Il en rougit, le traître ! "

Si Sphalos riait de bon coeur avec Kangourou et Céphaline, s'il s'étonnait de l'importance des nez, il se sentait néanmoins quelque peu gêné : n'avait-il pas lui-même un nez en forme de nez de camard ?

On était parti d'un cône au sommet bien pointu :

- Peut-on vraiment comparer sa forme à celle d'un nez aplati, camus ? demanda-t-il
- Oui, dit Kangourou.
- Non, dit Céphaline.
- Non, dit Kangourou.
- Oui, dit Céphaline.

Ils éclatèrent de rire tous les trois.

Ils sentaient qu'ils avaient fait des suggestions imprécises. Elles noyaient leur esprit dans une certaine confusion et dans une confusion certaine. L'envie les tenaillait de s'extraire de ce bain opaque.

- Bon, si on faisait le point dit Kangourou. On a dit qu'un espace est fibré parce qu'il possède une base et qu'en tout point de cette base passe une fibre.
- Dans tout ce qu'on a vu jusqu'à présent, toutes les fibres sont de même facture, elles sont toutes comme les spaghettis d'un même paquet, remarqua Céphaline.
- Très juste, dit Sphalos, et tenons-nous en à ce type de situation, sinon nous allons nous perdre davantage dans le magma des possibilités.
- Remarquez l'importance de la forme de la base : elle me semble jouer un rôle essentiel dans la forme de l'espace, dit Kangourou. Qu'en pensez-vous ?
- Je crois que tu as raison, répondit Sphalos. Je propose qu'on nomme le nom de la base quand on parle d'un fibré. Par exemple, on dira un fibré à base circulaire, à base elliptique, ou carrée ou autre chose.
- Adopté ? dit Kangourou.

D'un seul élan, toutes les mains se levèrent.

- Bien, revenons sur les fibres. On en a vu de toutes sortes. Par exemple sur le tonneau ou sur l'hémisphère, elles étaient courbées. Sur les Monts Apollonius et Sirius, elles étaient rectilignes, comme

d'ailleurs autour de l'escalier merveilleux qui me permet d'aller dans les étoiles. Je propose qu'on précise aussi les qualités des fibres, ou de la fibre standard, puisque nous avons convenu qu'elles devaient toutes venir de la même fabrique sur un espace fibré donné.

- D'accord, dit Sphalos. Choisissons d'abord les plus simples, les rectilignes, comme celles qu'on a tracées en faisant du ski, ou comme celles qu'avec un poinçon on peut inscrire sur un tube de plombier bien droit.
- Oui, dit Céphaline. Mais dans le cas du tube, du cylindre à base circulaire, toutes les fibres sont parallèles, toutes les sections parallèles au cercle de base sont des cercles qui lui sont identiques. Le cas de nos cônes à base circulaire est différent : les sections parallèles au cercle de base sont toutes de taille différentes, toutes les fibres rectilignes se rejoignent un point, un cercle singulier puisque son rayon est nul.
- Ecoutez, on appellera désormais cône tout espace fibré dont les fibres sont rectilignes et qui possède une section singulière.

Sphalos leva le doigt, le sourire en coin.

- Et s'il y avait non point un, mais deux points singuliers, si en somme le point singulier, le sommet d'un cône éclatait en deux points singuliers, en deux sommets ? dit-il.
- Alors ce serait un bicône, dit Kangourou.
- Un bicône ou un bicorné ? demanda en riant Sphalos.
- Question bien difficile, dit Céphaline. Il faudra demander la réponse à un polytechnicien ! Et pourquoi pas un tricorne : plus il y en a, plus on rigole.
- Bon, eh bien en attendant de transformer mon cône en chocolat en polycône, je vais le manger.
- Et si nous allions demain sur le Mont Circus ? hasarda Kangourou.

Céphaline ouvrit grand les yeux.

- Le Mont Circus ?

Chapitre 6

SUR LE MONT CIRCUS

Du côté de la Dordogne en France, dans le pays du sieur de Siorac et de son ami Sauveterre, tout comme aussi du côté du pays basque, se trouvent sous terre d'immenses grottes et cavernes. D'un blanc pur ou plus souvent teintées d'ocre pâle, stalagtites et stalagmites illuminées donnent à ces espaces voûtés un aspect féérique. Parfois les traverse une rivière silencieuse, venant alimenter un lac immobile. En ces lieux autrefois inviolés, le temps semble s'être arrêté.



**Stalactites de glace chez nos amis russes
Oeuvre n° 98 d'Anatoly Fomenko**

Le mont Circus est comme un grand couvercle assez rond, posé sur le toit d'une immense caverne. Un téléphérique vous monte jusqu'à celle-ci. Son intérieur a été aménagé. On y sert des repas chauds. Dans un coin de la salle, sur une estrade surélevée, acrobates et jongleurs divertissent le public. En colimaçon, grimpe un escalier gravé dans la pierre. Il débouche au milieu du grand rocher presque plat. On y retrouve l'air libre et léger des hautes montagnes.

La vue est d'autant plus impressionnante, parfois terrifiante, que tout regard situé près du bord du rocher plonge dans l'abîme. Qui ferait un pas de trop tomberait comme une pierre sans défense, bien loin vers le bas, s'écrasant sur les rudes et sombres aspérités du sol, sans que nul ne l'entende. Des flancs de ces parois, jaillissent ici ou là d'étranges et repoussantes gargouilles glacées.

A égale distance du milieu du rocher, en ces seuls endroits où le roc est légèrement bombé, deux solides pics de montagnard ont été plantés. Des noms leur ont été donnés. L'un, doré, est appelé le pic Képler. Le second, recouvert de nickel, est dénommé Newton.

Kangourou, Sphalos et Céphaline pensèrent alors au bicône qu'ils avaient évoqué la veille, un bicône à vrai dire ici très aplati, la toile de tente fort peu pentue d'un cirque à deux chapiteaux. Les deux pics en matérialisaient les deux singularités. D'ailleurs, pour protéger des intempéries les arrivants sur ce bicône, une guérite avait été érigée à la sortie de l'escalier, guérite que surmontait un bicornes !

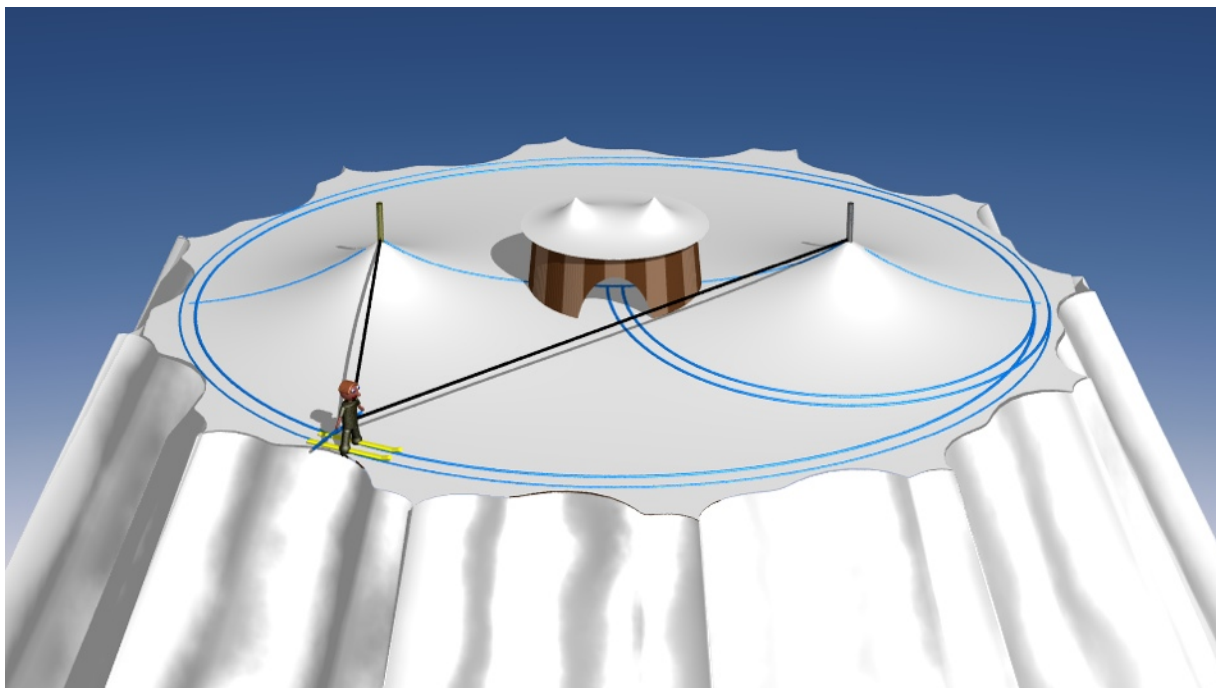


Illustration par Jos Leys

Des cordes, de grandes et diverses longueurs, joignaient le pied de l'un des pics à celui de l'autre. Tout visiteur devait s'y attacher. Ces cordes empêchaient de quitter le

rocher quiconque s'approchant des abîmes effrayantes. Par précaution supplémentaire, l'accès au rocher était interdit les journées de vent violent et mugissant. Lorsqu'elles se libéraient de leurs chaînes, la force des bourrasques était imprévisible.

Kangourou arriva le premier, suivi de Sphalos, puis de Céphaline éblouie. Ce jour-là, l'air était immobile. Soleil rayonnait. Sur la neige éclatante, ses rayons dessinaient l'ombre parfaite des grands pics élancés.

- Salut, chaleureux Soleil ! dit Kangourou. Merci de ta présence, de nous donner un peu de ton énergie, aujourd'hui qu'il fait si froid, surtout ici !
- La nuit, toutes les nuits, vous me tournez le dos, et l'hiver, en trop vous penchant, je ne puis vous chauffer comme il faut. Cela dit, je vois que, quand même, vous avez assez d'énergie pour marcher sur ce roc glacé. Et bien sûr, plus votre énergie est grande, plus loin vous pouvez aller.
- Veux-tu dire, Soleil, que la distance, la longueur du chemin que nous parcourons, et après tout que toute longueur, est une sorte de mesure de l'énergie ?
- Exactement, Kangourou. Tu as compris le fond de ma pensée. Allez, je vous laisse vous promener, et si vous avez quelque question à me poser, n'hésitez pas à m'appeler !

Chacun choisit une corde, s'y attacha solidement. La promenade sur le roc pouvait commencer.

Ils s'approcheraient bien sûr, autant qu'ils le pourraient, du bord de leur plateau enneigé. Entre eux et les deux pics, les cordes seraient tendues au maximum, formant des portions bien rectilignes.

Ainsi la distance de chacun d'eux au pic Képler, augmentée de leur distance au pic Newton, resterait-elle constante, égale à la longueur de la corde qu'ils avaient choisie.

Sphalos avait la plus grande. Kangourou, qui, avec son snowboard, ne pouvait faire que des sauts, avait pris, par prudence, la plus petite. Et Céphaline me direz-vous ? Le spectacle l'impressionnait. Entre Sphalos et Kangourou, elle partit quand même, un peu rassurée.

Ils s'élancèrent tous du même côté de la ligne droite qui passait par les deux pics et le milieu de leur plateau rocheux. Ils s'avançaient, prenant soin de maintenir bien rectilignes les portions de corde qui les reliaient aux pics. Lorsqu'ils durent s'arrêter, tous les éléments des cordes étaient alignés avec la droite passant par les deux pics.

Ils firent demi-tour, jusqu'à devoir s'arrêter à nouveau dans une situation analogue, mais symétrique de la précédente par rapport au milieu du rocher. Ils recommencèrent plusieurs fois ce jeu, changeant parfois le côté de leur parcours par rapport à la ligne qui joignait les pieds des deux pics.

Ils n'y firent pas attention au début, explorant, attentifs et inquiets, tremblant parfois de peur plus que de froid, les vertigineux abîmes que fouillait leur regard. Mais à force de revenir sur leurs traces antérieures, ils s'aperçurent, surpris, que leur dessin ressemblait beaucoup à celui de leurs ellipses devenues familières. Etaient tout du moins ainsi les tracés de Sphalos et de Céphaline, puisque Kangourou ne pouvait que sauter d'un point à un autre.

Kangourou se résolut à appeler son ami Soleil.

- Soleil, toi qui sais tant de choses, ces courbes que nous avons tracées sur la neige ressemblent à nos ellipses. Est-ce que nous nous trompons ?
- Pas du tout, répondit Soleil. Et il y a plus étrange encore.

Chapitre 7

SOUS LE MONT CIRCUS

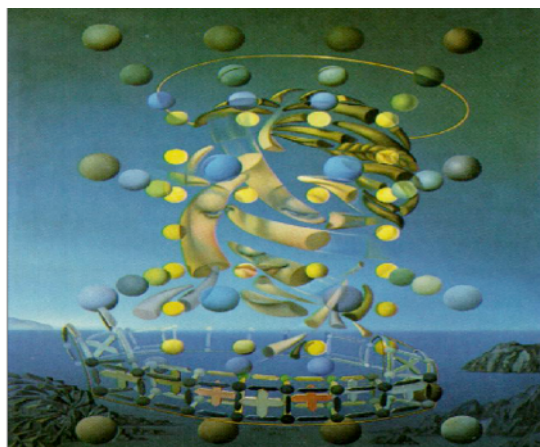
Il étaient au chaud, dans la grande caverne sous le Mont Circus. C'était un lieu gastronomique renommé. La seule viande servie était du vieux bison, les seules boissons apportées, de la cervoise à l'ancienne, et du jus de pomme nouveau. On buvait dans des chopes particulières à cet établissement, des cornes de bison savamment évidées, devenues presque translucides. Seuls les connaisseurs appréciaient les qualités de ce fromage rare, le «rocfort du Mont Circus».

Intimidés, nos trois amis s'attablèrent. Ils commandèrent la célèbre spécialité du cru : le zappi elliptique. On leur apporta d'abord une grande flasque de cervoise et, pour boire, trois cornes de bison. D'ailleurs on voyait des cornes partout, sur toutes les tables, sur tous les murs.

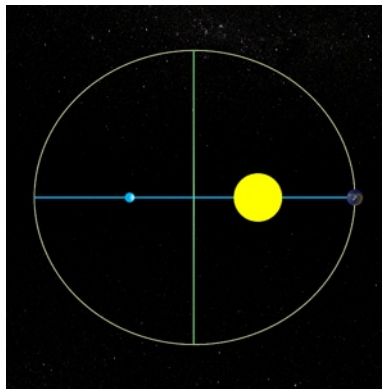
Le visage de Céphaline s'éclaira à leur vue. Nul n'ignore qu'elle avait quelque connaissance en peinture.

- Vous savez, dit-elle à ses compagnons, à quoi me fait penser cette profusion de cornes ? A celles de rhinocéros qui ont obsédé Dali. Il a fait plusieurs tableaux, inspirés je ne sais trop pourquoi par la Madone de Raphael, où apparaissent une multitude de cornes de rhinocéros, plus ou moins déformées. Emportées par un vent tourbillonnaire qui enveloppe la tête devenue parfois invisible de la Madone, elles tournent autour de cette tête à toute vitesse, «à la vitesse maximum» dit Dali. Ces tableaux font quand même moins peur que les à pics qui nous entourent. Tenez, je vais vous montrer l'un de ces tableaux, par exemple celui-ci.

Céphaline ouvrit son portable, alla sur internet, sur le site de l'ESMA, et leur montra cette image :



- Très chouette, dit Sphalos. Ces cornes me font plutôt penser à des cônes bien droits à base circulaire, mais déformés. C'est cette déformation et ce mouvement qui leur donnent vie. Le cône droit est comme figé, rigide, je n'ose pas dire mort, mais je reconnais qu'il est si simple, si riche en symétries apparentes, qu'il est plus facile à comprendre de manière immédiate que la corne de rhinocéros.
- C'est vrai, dit Kangourou, ce cône droit est le modèle des cônes, celui qui inspire et que tente d'imiter tous les autres cônes. Je suis d'ailleurs frappé par l'importance des cônes : les montagnes, les nez et les cornes, tous des cônes ! Et peut-être en ai-je oublié ? Et puis, il y a aussi ces sections de cônes, ces ellipses étonnantes puisque Soleil nous a dit que la Terre tournait autour de lui, et que le chemin qu'elle suivait avait exactement la forme d'une ellipse ! Remarquable encore la position de Soleil par rapport à cette ellipse terrestre !



La trajectoire elliptique de la terre est, dans la réalité, presque un cercle

Illustration par Jos Leys

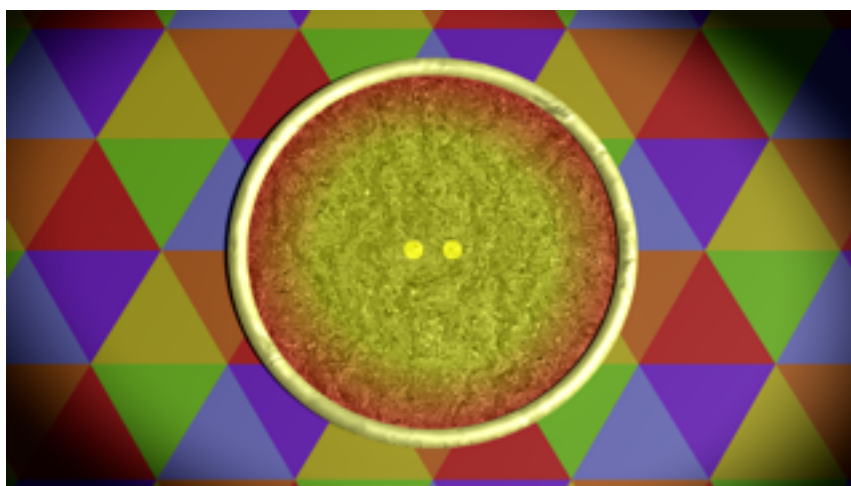
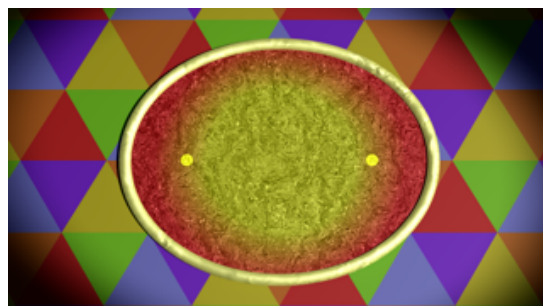
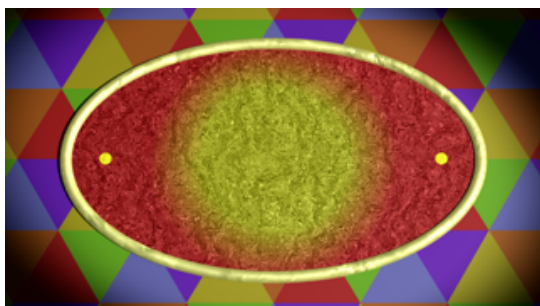
- Il faudra qu'on aille voir un jour Képler et Newton, ajouta Céphaline, puisque Soleil affirme que ces messieurs sauraient nous expliquer pour quelles raisons la Terre tourne ainsi. En tout cas, on comprend bien pourquoi les emplacements des deux pics qui portent leur nom s'appellent des foyers, puisque Soleil s'y trouve situé pour l'ellipse terrestre, lui qui nous chauffe, et qui fait d'abord chauffer sa cocotte !

Céphaline, mezzo voce, ajouta :

- Je me demande si, à la manière de la Nature, les Romains avaient placé quelque statue rayonnante aux foyers de leurs grandes arènes, le Colisée ? Je rêve d'aller à Rome pour m'en assurer !

La conversation s'arrêta soudain : on leur apportait les zappi elliptiques. Grandes, elles emplissaient l'assiette. La respiration se fit plus forte, les nez s'abaissèrent et se levèrent. Les zappi sentaient délicieusement bon.

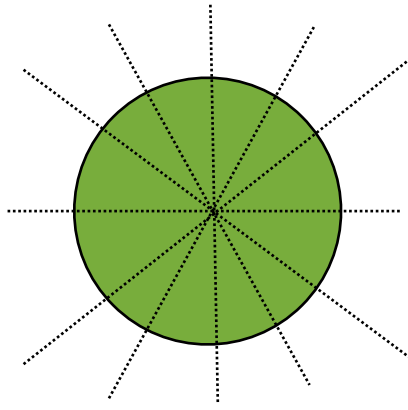
Elles n'avaient pas cependant, toutes, exactement la même forme. Deux d'entre elles étaient franchement elliptiques, la troisième était presque circulaire. Les petites piques dorées et blanches, fichées dans cette dernière à l'emplacement de ce que devaient être les foyers, étaient toutes proches l'une de l'autre. Le regard de Sphalos se porta sur la position des piques dans les trois zappi.



Illustrations par Jos Leys

Et avant que quiconque ne commence à détruire l'ordonnancement de son assiette, Sphalos, qui, la veille, à la Pâtisserie, avait lancé l'idée du bicône, prit la parole.

- Céphaline, Kangourou, regardez. Le disque solaire, la pièce de monnaie, le disque plat dont le bord est un cercle parfait, ne montrent-ils pas la plus simple et la plus extraordinaire des formes visibles, parce que, par son centre de symétrie, le point le plus au milieu du disque, passe une infinité de droites, de lignes rectilignes qui sont, chacune, un axe de symétrie de cette figure. Cette infinité de symétries internes ne révèle-t-elle pas la stabilité parfaite du disque ? Pour obtenir quelque chose de stable, ne doit-on pas le rendre symétrique ?



Et le centre ici de cette belle symétrie, c'est le point singulier du disque. Si je l'élève au-dessus du disque plat, si en somme j'étire vers le haut le disque constitué d'une pâte malléable comme une pâte à modeler ou comme la pâte de ces zappi, de sorte que le point singulier initial qui monte reste un point singulier, alors j'obtiens un cône.

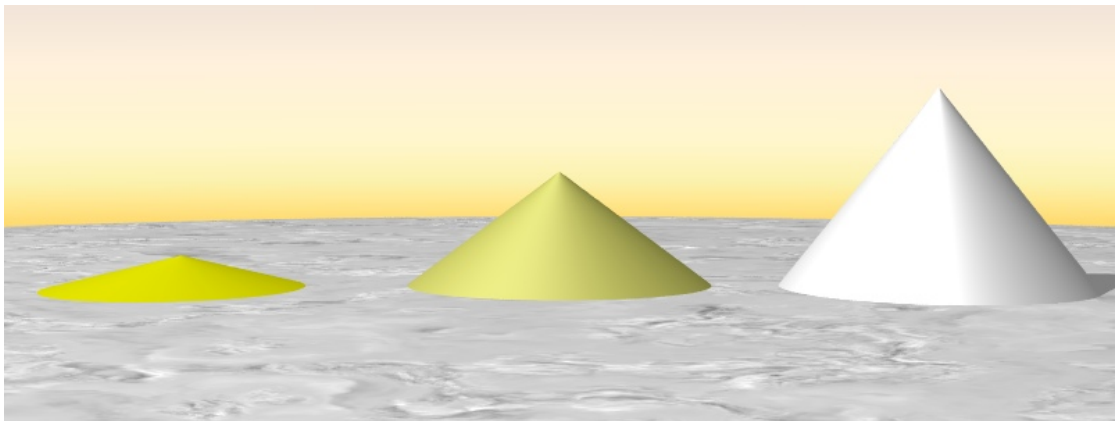


Illustration par Jos Leys

Une gerbe sonore d'objets métalliques tombant au sol, des applaudissements et un brouhaha mirent une brusque fin au discours savant de Sphalos. Un des jongleurs avait fini par perdre le contrôle de ses gestes, mais il avait tenu son jeu si longtemps qu'il avait suscité l'admiration des spectateurs. Ils se détendaient maintenant de manière un peu chaotique après avoir été si immobiles, le regard attentif à la moindre erreur, à la moindre défaillance.

La discussion reprit, la bouche parfois un peu pleine.

- Alors, dit Céphaline, où veux-tu en venir ?
- A ceci. Le point singulier du disque concentre en quelque sorte en lui-même toutes les possibilités de devenir de ce disque. Par son évolution interne, ou par l'effet de facteurs externes, il peut advenir que ces potentialités se révèlent. Comme le fruit qui libère ses graines, qui à leur tour vont donner naissance à de nouveaux êtres, le point singulier peut éclater en d'autres points singuliers.
- Notre poète, murmura Kangourou.

- Le centre du disque, où se trouvent confondus les deux pics, va donc commencer par éclater en deux points singuliers seulement, les foyers, représentés chacun, comme on l'a fait sur le plateau au-dessus de nos têtes, par un pic.

Sphalos sortit un crayon de ses poches, et sur la serviette en papier qu'on leur avait donnée, commença à dessiner un cercle avec son centre, et une suite d'ellipses où l'on voyait les foyers de plus en plus éloignés l'un de l'autre.

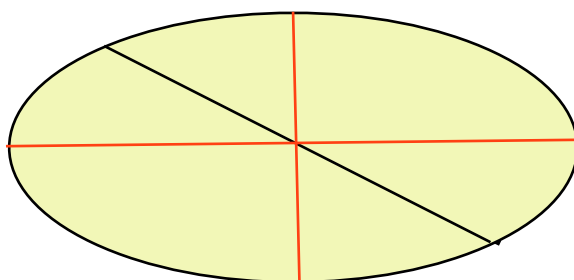
- Bien vu, dit Céphaline. Mais il me semble que l'éclatement doit se faire de sorte que la stabilité soit la mieux assurée, c'est-à-dire en conservant le plus grand nombre de symétries possibles.

Comme le centre du disque originel peut conserver encore des ressources d'éclatement, il va rester présent en tant que centre de symétrie pour l'ellipse.

Conserver au mieux la symétrie impose aussi que les nouveaux points singuliers restent à égale distance du centre, et sur une même ligne passant par le centre du disque originel. Cette ligne importante définit ainsi le plus grand axe de symétrie de toute l'ellipse.

Le crayon de Sphalos en main, elle soulignait sur le dessin les éléments importants de son discours.

Que peut-on dire encore ?

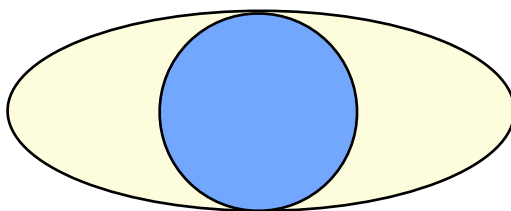


Toute ligne qui passait par le centre du disque le coupait en deux points symétriques. La généralité de cette propriété pour le disque souligne son importance. Elle sera donc conservée, au moins partiellement, au cours du processus d'éclatement : toute droite qui passe par le centre de l'ellipse la coupera en deux points symétriques par rapport au centre. Et la ligne perpendiculaire au grand axe, passant par le centre de l'ellipse, deviendra le petit axe de symétrie que nous avons observé à la Pâtisserie du Mont Sirius.

- Ouf ! Tout ça, dit Kangourou. Mais on peut encore ajouter autre chose. Le cercle est le lieu des points dont la distance au centre singulier reste constante,

point singulier qui est en fait un point multiple, un point double. Il faut donc compter deux fois la distance d'un point du cercle à son centre où les foyers sont confondus. Quand l'éclatement du centre singulier fait apparaître ces deux points singuliers distincts qu'il détenait cachés, les foyers, la propriété fondamentale de conservation des distances doit être maintenue : la somme des distances d'un point de l'ellipse aux deux foyers va rester constante !

- Bravo ! dit Sphalos. Encore une chose. Le cercle lui-même, qui est le bord du disque, comment se modifie-t-il par nos déformations insensibles qui produisent et accompagnent l'éclatement ? Tenez, dit-il, en pointant du doigt le dessin. Regardez, les points de l'ellipse les plus rapprochés du centre sont situés à égale distance des foyers, ils sont sur le petit axe de l'ellipse. Et le cercle dont le centre est celui de l'ellipse et qui passe par ces deux points, ne touche l'ellipse qu'en ces points. Il fait un peu penser à la pupille d'un oeil qui serait elliptique.



Ils se regardèrent tous les trois, les yeux dans les yeux. Le sourire s'afficha sur leurs lèvres, une douce chaleur empourpra leurs visages. Non, la forme de l'oeil n'était pas celle d'une ellipse, d'une beauté un peu rudimentaire. L'élégance de l'oeil, sa lumière leur paraissaient insurpassables.

Ils avaient un peu mangé tout en parlant, mais surtout beaucoup parlé. Il était temps de boire. La cervoise plut à Kangourou et à Sphalos. Céphaline la goûta, fit la moue, et commanda du jus de pomme. Sur la bouteille, une étiquette : «À la Pomme de Newton».

- N'y a-t-il pas de bouteille «À la cervoise de Képler», demanda-t-elle ingénument ?

Chapitre 8

LA PARABOLE DE LA BOULE DE NEIGE

Ils faisaient l'admiration de tous. Sphalos sur la gauche et Céphaline sur la droite, filaient à toute vitesse, souples et ondoyants, en se moquant des bosses. Sur le dos de chacune, Kangourou entre eux deux les précédait d'un bond, laissant à chaque saut une trace légère.

Vues d'en haut, de part et d'autre d'une ligne toute droite de légers pointillés, ondulaient, symétriques, les traces des glisseurs. Elles se croisaient parfois, dessinant sur la neige, d'agréables arabesques, et même quelquefois les enlacements d'une tresse.

On ne se lassait pas d'admirer ce ballet.

Il y eut quand même une fin, quand les protagonistes songèrent à d'autres jeux. Glisser était très bien, mais sauter encore mieux. Tel était bien sûr l'avis de Kangourou.

On devait s'entraîner. L'on fit un petit mur qu'il fallait dépasser. Quoi de plus naturel, Kangourou hors concours. L'appréhension était forte : glisser oui, sauter non, Sphalos et Céphaline partageaient cet avis. Rassemblant les courages, on se décida enfin. Le mur était solide, pour ne pas s'affaïsser.

Sphalos montra l'exemple. Dans les chaumières encore, on raconte son exploit. Près du feu les conteurs s'en donnent à cœur joie. Et voici leur histoire.

Glissant à tout allure vers l'obstacle sournois, s'élevant dans les airs les skis bien repliés, déguisé en glaçon un troll le heurta. Il frappa le ski droit qui tourna. Ski droit par dessous et ski gauche par dessus, croisés plus solidement que les doigts, se fichèrent dans la neige, et firent faire à Sphalos une pirouette dans les airs. Il plongea tête première, bec ouvert dans la neige profonde. On ne voyait plus que les pattes agitées.

Céphaline fut la plus prompte à lui venir en aide. En fait, dans son trou, Sphalos riait. Ces chutes spectaculaires qu'on appelle des soleils, où skis d'un côté et bonhomme de l'autre s'enroulent et tourneboulent, laissent le plus souvent de joyeux souvenirs. Sphalos fut bientôt rechaussé, et remercia Céphaline d'un retentissant baiser. La journée pouvait continuer.

Kangourou tenait absolument à sauter. Il emmena ses amis à son tremplin préféré. Il s'envolait, impressionnant dans les airs, montait haut et retombait parfait sur la

piste enneigée. La ligne pure qu'il décrivait dans le ciel lumineux semblait avoir été dessinée d'un seul trait par la main d'un grand maître.

C'est en fin de journée, sur le chemin de la Pâtisserie, qu'ils furent assaillis par une bande de joyeux garnements : ils s'amusaient à lancer des boules de neige sur tous ceux qui passaient. Ils étaient quand même trop loin pour que les boules atteignent toutes leur but. Elles s'élevaient et retombaient souvent à côté de leurs cibles. Bien rares étaient les boules plantées dans les bonnets.



Tous contre Un ou Un contre Tous
Illustration par Jos Leys

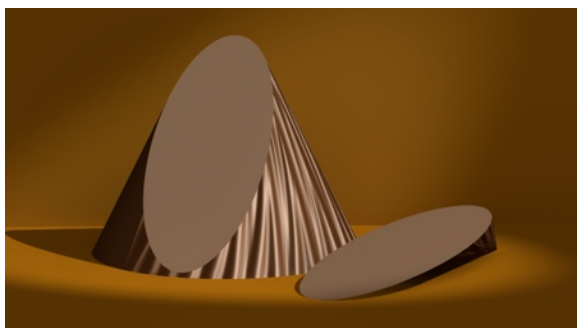
Qu'importe, ce qui était intéressant était de provoquer, de s'amuser. Céphaline ne fut pas la dernière à se démener et à répliquer. Kangourou était celui qui lançait le plus juste. Sphalos, placide, se contentait de compter échecs et réussites.

Ils en eurent vite assez et abandonnèrent la partie. Profiter des bienfaits du pâtissier était autrement attirant.

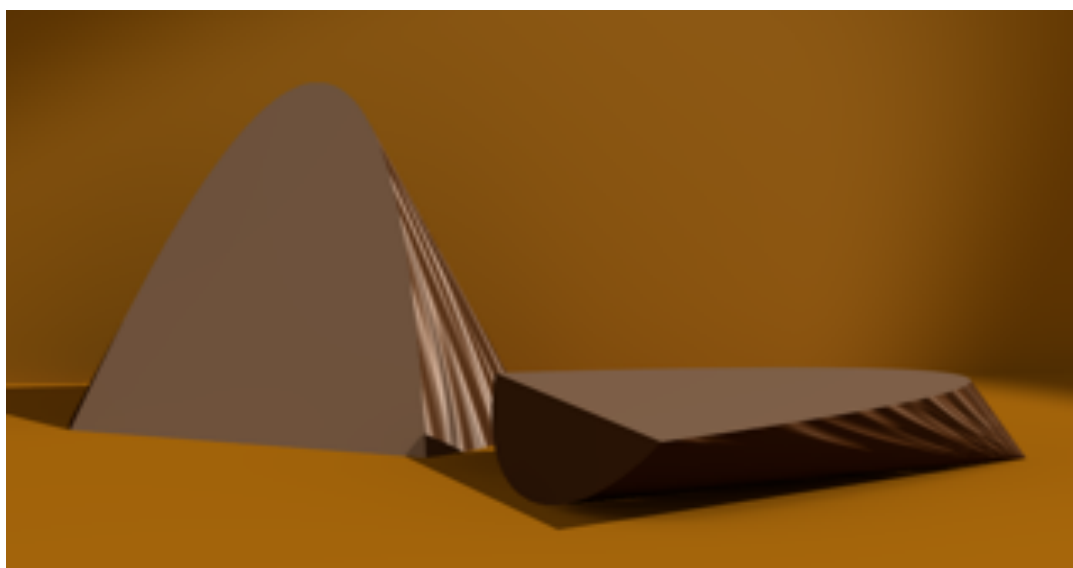
Ce soir-là, le Chef aux trois toques avait décidé de présenter ses cônes pleins de chocolat sous trois décors. Ou bien la surface du cône était nappée de sucre blanc, quelques fibres partant du sommet étant rendues visibles sous la forme de filets en chocolat, ou bien au contraire sur la surface couleur chocolat du cône, quelques fibres de sucre blanc couraient en descendant du sommet, ou bien enfin, la surface du cône avait été nappée de sucre teinté en vert, alors que les fibres présentes affichaient le rouge vif.

Céphaline, Kangourou et Sphalos reprirent leur jeu de dégustation-découpe. La coupe transversale aux axes du cône n'avait plus de secret pour eux. C'était toujours des ellipses de taille diverse, voire plus exceptionnellement des cercles, quand la cuillère était bien perpendiculaire aux axes verticaux des cônes.

Ils s'entraînèrent tous trois à faire des sections parallèles aux fibres. Le plus souvent bien sûr, les sections étaient presque parallèles à ces fibres. Les bords de leurs découpes étaient alors des ellipses très allongées, un foyer restant près de la fibre alors que l'autre partait au loin.



Faisant et refaisant avec le plus grand soin possible leurs découpes, ils comprirent que lorsque la section devenait rigoureusement parallèle à la fibre, alors le foyer s'en allait très très loin, vers l'infini.



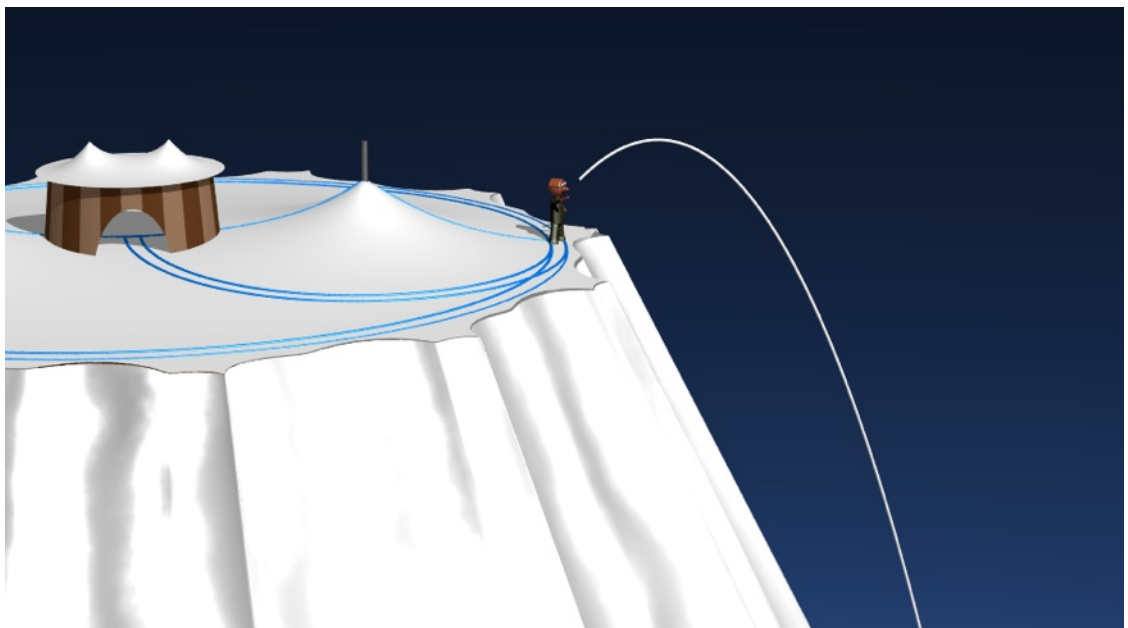
Illustrations par Jos Leys

- Vous obtenez non plus des ellipses, mais des courbes qui se rapprochent des ellipses et qu'on appelle pour cela des paraboles, dit le mystérieux Père Noël au sourire en coin qui, comme par hasard, passait par là.

Le temps de se retourner, il avait une fois de plus presque disparu.

Sphalos avait ceci de commun avec le divin Ulysse qui naviguait sur les mers, d'être grec. Il partageait de plus avec lui d'être très fûté. Sphalos fit la comparaison suivante :

- Vous vous souvenez, dit-il à Céphaline et Kangourou, des boules de neige que nous jetions quand nous étions sur le toit du Mont Circus ? Elles s'élevaient dans le ciel puis retombaient au plus profond des précipices, si loin dans les abîmes que nous avions l'impression qu'elles ne finiraient jamais leur course ! Et si la ligne que suivait leur trajectoire était semblable à celle d'une parabole ? Il en serait bien sûr de même pour les lignes des trajectoires que suivaient les boules de neige que nous lançaient tout à l'heure nos assaillants.



Céphaline lance une boule de neige

Illustration de Jos Leys

- Mais ce serait aussi le dessin de la trajectoire de Kangourou quand il quitte le tremplin pour filer vers le ciel, dit Céphaline.
- Et ne serait-ce pas également le dessin de la trajectoire que suit mon doux chocolat chaud quand je le verse dans ma tasse, s'enquit Kangourou. Je demanderai demain à Soleil ce qu'il en pense. Qu'il est délicieux, ce chocolat !

Chapitre 9

LA DÉCOUVERTE DE L'HYPERBOLE

Ils n'avaient pas de chance aujourd'hui. Les jeunes gens d'autrefois l'auraient fait savoir, s'exclamant : « Pas de bol, aujourd'hui ! ».

Ce bol n'a rien à voir avec le bol de la parabole. Encore que la forme du bol rappelle un peu celle de la parabole, près de son foyer.

Pour annoncer qu'elle avait, aujourd'hui, beaucoup de chance, la jeune personne d'autrefois aurait dit : « J'ai un super bol, aujourd'hui ! » Ce bol a sans doute quelque chose à voir avec celui qu'on remplit de l'onctueuse boisson chocolatée.

Un super bol est un très grand bol, seul l'homme qui a beaucoup de chance peut le remplir d'une énorme quantité d'or. Cet homme a vraiment du bol, si toutefois il n'est pas un grippe-sou grincheux, un avare méfiant ou un accapareur mauvais.

Et puis, il y a l'hyperbole. Elle défie toute concurrence. Elle exagère ! L'exagération est telle que personne n'ose dire : « J'ai de l'hyperbole ! »

Et pourtant, Céphaline, Kangourou et Sphalos la découvrirent tous les trois.

Ils n'avaient pas de chance ce jourd'hui, parce qu'une humidité très froide pénétrait jusqu'aux os, parce que le ciel était bas et gris. Toutes les formes se fondaient dans la neige assombrie.

Soleil, pris de court, n'était pas parvenu à crever l'énorme matelas nuageux qui couvrait tous les Monts. Céphaline, Kangourou et Sphalos n'auraient pas aujourd'hui la réponse à leur question sur la parabole.

Contre mauvaise fortune, il faut toujours faire bon coeur. Autant que faire se peut. Mais que faire, que faire ?

En ces cas, il convient de faire confiance à Céphaline, à toutes les Céphaline. Elles ont la réponse.

- Et si nous faisions quelques emplettes ?

Ils s'en furent derrière Céphaline, en dandinant ou sautillant.

Tous les magasins étaient illuminés, des lumières de toutes les couleurs scintillaient. De toutes les vitrines un air de fête partait. Le mouvement affairé et joyeux animait toutes les rues.

- Où veux-tu aller ? demandèrent Sphalos et Kangourou.
- N'aimez-vous pas les formes élégantes des chaussures, la diversité des bonnets et autres couvre-chefs, toutes ces oeuvres d'art qui accueillent ces fleurs et ces plantes pleines de vie et de fraîcheur ?
- Oui, bien sûr ! répondirent en chœur et en se regardant Kangourou et Sphalos. Ils étaient étonnés que Céphaline n'ait point fait allusion aux bijoux et autres colifichets à oreilles.
- Eh bien alors, suivez-moi !

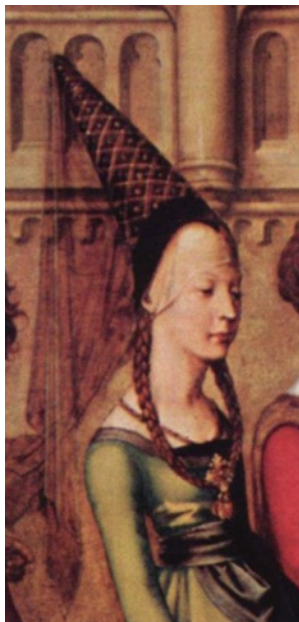
Dans chaque magasin, la fine Céphaline, pour apaiser ses hôtes, soulignait devant eux les mérites inattendus des objets convoités.

- Regardez ces chaussures. Ne dirait-on pas qu'elles ont en quelque sorte une forme elliptique, bien déformée je vous l'accorde, deux ellipses qui se rejoignent, un foyer devant, à la plante de l'avant-pied, et un autre derrière, au-dessus du coup de pied.
- Céphaline, que d'imagination, tu as inventé la chaussure elliptique, je crois que tu vas faire fortune !
- Moquez-vous, moquez-vous ! Vous n'êtes que des benêts, allons voir les bonnets.

Ils la suivirent en rigolant. Rira bien qui rira le dernier. C'est en ce magasin qu'ils restèrent plus longtemps. On y trouvait et des galurins et des bonnets et des casquettes et des chapeaux et des coiffes de toute sorte, pour l'été, pour l'hiver et la demi-saison, à fleurs, à plumes, à pois et à pompons. Egalement quelques miroirs devant lesquels chacun pouvait avancer, reculer, se pencher, se tourner, s'admirer.

Le cercle, le disque, le cylindre, l'hémisphère, l'ellipse, la parabole, tout y était, et bien sûr également le cône bigarré bruyamment porté par les fées et sorcières, les clowns et les fêtards en tout genre, à Carnaval, aux anniversaires, aux mariages, aux premiers des ans nouveaux.

On trouvait aussi dans les cônes l'affreux capirote espagnol tout noir, ou, au contraire, l'élégant hennin, à la mode il y a plus de six cents ans, qu'on appelle parfois aujourd'hui, figée dans son architecture, la Coiffe d'Apollonius. Elle était secrètement la préférée de Céphaline, même si, aujourd'hui, porter cet haut accoutrement lui paraissait dénué de sens.



Images extraites de Wikipédia



Visualisation par Dmitri Kozlov

de la Coiffe d'Apollonius, l'une des folies du projet ARPAM

La fleuriste, chez qui ils se rendirent, avait aussi une magnifique collection de vases. Les matériaux les plus divers s’y rencontraient. L’argile du potier faisait bon ménage avec le béton mat, le métal étincelant ou le cristal jouant avec la lumière.

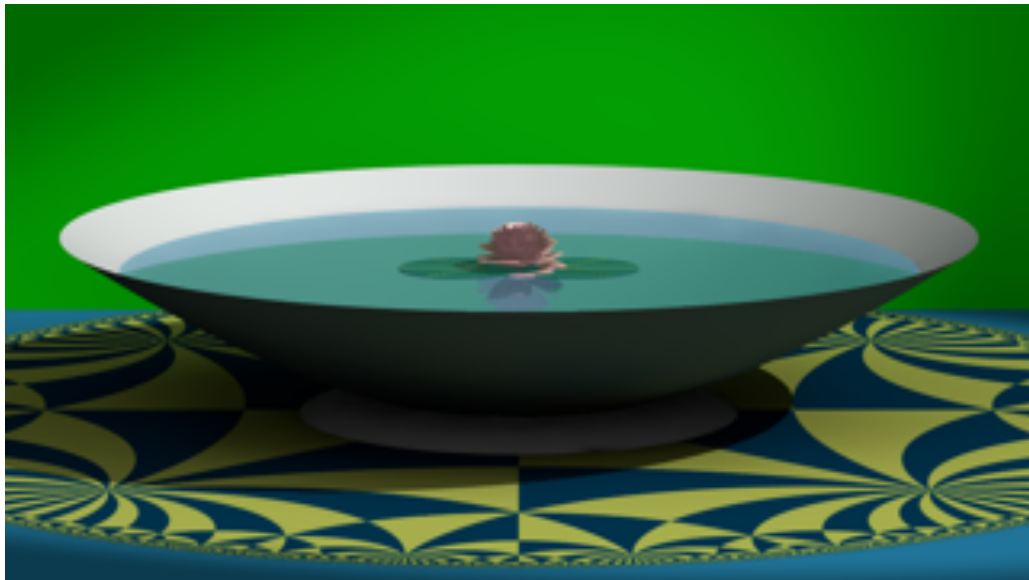


Vase en or
Propriété virtuelle de Jos Leys

Les formes étaient aussi les plus diverses. Des cylindres de toutes sortes, à base le plus souvent carrée ou circulaire, avoisinaient avec des cônes plus ou moins ouverts, des sphères et hémisphères, et d’autres au profil en forme d’ellipse. Il y avait aussi ces grands vases élancés dont la coupe semblait être celle d’une parfaite parabole.





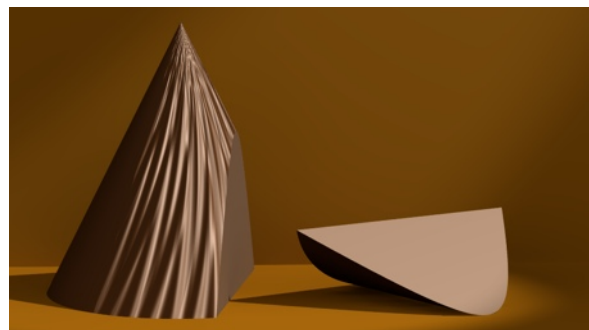
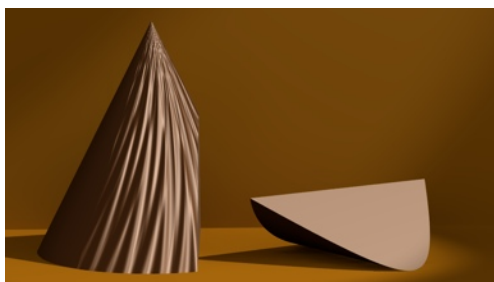


Vase hyperbolique posé sur napperon hyperbolique
Illustration par Jos Leys

Le regard de Céphaline fut attiré par une large vasque de faible hauteur, où baignaient quelques délicates fleurs d'eau. Elles lui rappelaient ces nénuphars bleus et verts reposants, dont la délicatesse et le charme avaient conquis Monet, ce peintre de la vibration lumineuse.

La vasque elle-même était fort évasée, bien davantage que ne l'étaient les paraboles.

- Comment appellerions-nous la forme de cette vasque ? demanda-t-elle à ses compagnons. De la parabole elle en a bien la rondeur et l'élan, mais elle semble trop peu incurvée à sa base pour pouvoir faire partie de cette famille. Qu'en pensez-vous ?
- Tu as sans doute raison, dit Kangourou. Elle me rappelle plutôt la forme des sections de cônes que je faisais à la pâtisserie, toutes parallèles à leur axe. Leur évasement est beaucoup exagéré.



- Alors appelez-les des hyperboles, souffla le mystérieux Père Noël au sourire en coin qui, comme par hasard, passait par là.

Le temps de se retourner, il avait une fois de plus presque disparu.

Chapitre 10

LES SECRETS DE SOLEIL

Après la pluie, le beau temps. Ce qui arrive souvent. La vie est une roue qui tourne dit le vieux philosophe chinois : une fois en haut, une fois en bas.

Il avait neigé toute la nuit. La neige avait silencieusement couvert d'un doux tissu blanc, sur toute leur étendue, forêts et montagnes. Discrets sous leur couverture, pics et cimes montraient un dos rond.

Soleil, plein d'allant, en plein milieu du ciel, rayonnait. Il dominait de haut les plus lointains sommets. Il éclairait en bas les plus petites aiguilles.

Le cristal de neige sur leur faite
Brise en vibrations chromatiques
Les rayons de lumière parfaite
Qu'irise le diamant prismatique

Les sapins aristocratiques
Ont revêtu leur manteau blanc
Les sapins aristocratiques
Scintillent sous le soleil blanc.

Seul le Prince des Kangourous pouvait regarder en face le disque brillant s'appropriant le ciel bleu, inondant de lumière tous les cristaux de neige.

- Bonjour, Soleil, que je suis heureux de te revoir si joyeux. Tout le monde te salue. Tu nous as manqué hier. Que ferions-nous sans toi, que ton pouvoir attirant est grand !
- Cela est vrai, Kangourou, je vous apporte la lumière, et à travers elle, l'énergie première qui fait grandir. Regarde toutes ces plantes qui se tournent vers moi, elles boivent sans fin ces flots de semi-particules que je leur envoie. Mais il y a encore autre chose : je vous attire aussi parce que je suis, comme tu l'as dit, grand, très grand, je n'ose pas dire gros. D'instinct on se rapproche devant les personnes solides qui peuvent à l'occasion vous protéger. Je vous attire donc parce que je suis gros et fort, et si j'étais encore plus gros, je vous attirerais encore davantage. La Terre qui t'a vu naître, n'est, certes, pas aussi grosse que moi. Mais quand même, sa taille n'est pas négligeable, elle attire aussi tout ce

que tu vois. Regarde, tu lances une pomme ou une boule de neige vers le ciel, elle ne monte pas très haut, et finit par retomber sur le sol, pourquoi ? Parce que la Terre est très grosse devant la boule de neige, et l'attire. Bien sûr, plus je suis loin de vous, moins forte est l'attraction que j'exerce sur vous. Comme la grosseur de la Terre n'est pas négligeable, elle m'attire aussi, mais d'autant moins que je suis plus loin d'elle.

- Intéressant ce que tu me dis là, Soleil. Mais je suis gros moi aussi, devant la pomme, et pourtant elle ne vient pas spontanément jusqu'à moi ?
- Tous les objets autour de la pomme l'attirent, et tu n'es pas assez gros pour que ta force d'attraction l'emporte sur celle de la Terre qui, autour d'elle, prédomine.
- Je vois, moi le Kangourou merveilleux, je ne suis donc qu'une toute petite chose dans l'Univers. Mais les hommes, savent-ils tout ce que tu viens de me dire ?
- Pas tout, si tu veux approfondir, loin de là ! Mais du moins, à force d'observations, ont-ils pu prendre conscience de ce phénomène d'attraction, et trouver quelques règles de son fonctionnement. Lorsque vous étiez, avec Céphaline et Sphalos sur le toit du Mont Circus, j'ai évoqué les noms de Képler et de Newton, donnés aux pics situés aux foyers des ellipses que vous avez dessinées. Je ne sais pas pourquoi le nom de Galilée n'a pas été donné à la guérite située au centre du roc. Ces trois-là, Képler, Galilée et Newton, mais aussi aidés de tant d'autres, ont beaucoup fait pour comprendre et prévoir bien des mouvements dans l'Univers.
- Ils peuvent donc expliquer pourquoi la Terre décrit une ellipse qui tourne autour de toi, Soleil, majestueusement assis en l'un de ses foyers ?
- Oui, Kangourou. Et ils peuvent aussi t'expliquer pourquoi, lorsque tu lances une boule de neige, la ligne de trajectoire qu'elle décrit, cette courbe qui monte et qui descend est toujours une parabole.
- Ah ! C'est donc bien ça ! Sphalos et Céphaline avaient donc deviné juste, lorsque nous étions, l'autre soir à la pâtisserie, à deviser sur cette parabole. Mais, Soleil, n'est-il pas merveilleux que ce simple cône de lumière que tu nous as montré, renferme, sans qu'ils n'y paraissent, tant d'incroyables secrets. Y en aurait-il d'autres dont tu ne nous a point parlé ?
- Oui, Kangourou. Il y en a d'autres encore plus secrets, liés à la lumière, et que je garde, secrets. Car vois-tu, si je les livrais tous, les hommes s'ennuieraient, alors qu'ils sont si heureux, ces grands enfants curieux, de jouer au détective, d'échafauder des hypothèses, d'inventer des outils pour essayer de les vérifier, de dépenser tant de leur énergie pour me comprendre mieux !

- Merci Soleil, grand merci ! Tu prends soin des hommes, comme le père de ses tout jeunes enfants. Protège-les bien, veille bien sur eux ! Dans leur innocence, ils sont aussi capables de faire tant de bêtises ! Oui, veille bien sur eux !

NOTES «HISTORIQUES»

Introduction

Comme le précédent (*Le Kangourou Merveilleux*), ce texte s'adresse aux enfants de 3 à 103 ans. Il est toutefois probable qu'ici seules quelques belles illustrations attirantes feront l'objet du regard intéressé des moins de 10 ans. La lecture du texte demande davantage de maturité.

Son contenu est une manière ô combien modeste de combler un vide, de réparer une insuffisance grave des enseignements secondaires actuels :

- l'absence de la géométrie et de sa référence au monde physique à partir de laquelle elle a été construite et qu'elle permet de mieux comprendre,
- la formation de l'esprit à la perspective historique, à la connaissance de la manière fort riche selon laquelle la civilisation s'est développée,
- l'ignorance d'éléments importants du savoir de notre société, leur contenu intellectuel et culturel.

Les élèves des lycées autrefois apprenaient les propriétés fondamentales des coniques. Elles avaient notamment été rassemblées et développées par Apollonius de Perge (262-190 avant J.C.) dans un traité important. Près de 1800 ans plus tard, l'emploi de ces coniques a permis de fonder et de développer l'étude cinématique et dynamique des mouvements les plus apparents dans notre système solaire. Comment ignorer ce fait majeur ? Pourquoi l'occulter ?

Il est évident que ce n'est pas la découpe répétée des cônes en chocolat qui a contribué à la découverte des coniques. Il s'agit là d'une histoire plutôt plaisante pour adolescents de tous âges, destinée à retenir si possible leur attention. C'est bien sûr, on ne manquera pas de reprocher la présence de ce bien sûr, une vue synthétique des ombres portées par les objets divers de l'époque ayant la forme d'un disque (en particulier les plats et coupes, les boucliers) qui a conduit aux développements de la théorie des coniques.

Le présent texte n'est vraiment qu'une toute première introduction et initiation à cette théorie des coniques et à son emploi. Ce n'est pas pour cela un texte ringard qui fige l'esprit du lecteur sur une connaissance passéiste de la géométrie. Des notions géométriques assez générales, englobant les données anciennes, introduites au siècle dernier, servent désormais de cadre aux travaux de géométrie et à leurs applications. Quelques-unes de ces notions parmi les plus importantes, qui paraissent fort naturelles, sont introduites ici de manière informelle et simple, ce qui permet de dépasser le cadre parfois trop restreint des définitions standard.

Le lecteur devient ainsi préparé à entrer de plain pied dans le monde des mathématiques d'aujourd'hui.

Chapitre 1

Pages 3 & 4

La lumière joue un rôle fondateur dans le développement de la vie, dans notre découverte du monde, notamment à travers les représentations symboliques de ce monde, en particulier celles dont le corpus constitue ce que l'on appelle la géométrie.

Dans ce texte d'initiation, seules trois notions «géométriques» élémentaires mais basiques font référence à ce rôle joué par la lumière. Deux notions, dans cette page, pointent le bout de leur nez : celle de rayon lumineux et de droite d'une part, celle de fibre d'autre part. Ces deux notions resteront présentes tout au long du texte.

Apparaît ici le mot semi-particule, alors que physiciens et cosmologistes emploient encore celui, plus court il est vrai, de particule. Que sait-on, aujourd'hui, sur les propriétés généalogiques de ce monde d'objets si petits ? Un livre excellemment écrit d'Hubert Reeves, «Dernières Nouvelles du Cosmos», aborde ces questions en termes simples.

On pourrait également introduire le terme de sous-particules, qui se situent en amont des semi-particules, et qui seraient conçues comme perturbations singulières d'un champ premier. Leur existence locale est équivalente à une stabilité locale, qui se traduit par la présence d'un groupe local de symétries. Deux caractères traduisent le fait que la présence d'un groupe implique une certaine stabilité : d'une part un groupe est caractérisé par le fait qu'une opération puisse être répétée conduisant à la présence d'un élément de même nature que les précédents (une structure plus élémentaire de groupoïde pourrait donc faire l'affaire), d'autre part tout groupe possède des éléments symétriques qui permettent de revenir en arrière, donc traduisent la possibilité d'une certaine réversibilité stable.

Parmi les semi-particules, celles de lumière appelées photons, conservent la propriété exceptionnelle, singulière, de n'avoir aucune masse.

Janus était le premier des dieux romains. Dieu des commencements, des ouvertures et des fermetures des portes. J'en ferai aussi volontiers le symbole de l'ambiguïté, lui associant la singularité cusp, constituée de deux branches symétriques qui naissent d'un point singulier où réside un devenir encore totipotent, chaque branche représentant à la fois l'une des faces du dieu, et l'incarnation d'un premier devenir.

Page 5

Troisième notion «géométrique» issue du fait lumineux, la notion de cône, à travers l'expression « cône de lumière ». Le cône, ici, se situe dans ce que nous

appelons l'espace usuel. Comme on le verra plus loin, la notion de cône est bien plus générale.

Apparaît ici la notion générale d'espace, à l'intérieur duquel on peut se mouvoir, ensemble des lieux où peuvent advenir des événements, sans autre référence aucune, a priori, à d'autres propriétés possibles.

Page 6 & 7

La notion première de fibre est ici liée à la possibilité de mouvoir dans l'espace, dans deux directions distinctes au moins perpendiculaires, plus généralement transversales, l'une à l'autre - ce qui exclut que l'on puisse considérer la ligne comme un espace.

La ligne, comme le point, sont de véritables abstractions mathématiques. Une portion de ligne n'a pas de masse a priori, elle ne possède pas de torsion physique intrinsèque comme le fil matériel. Pourtant, considérons un ruban rectiligne et faisons tourner l'un des bords de 180° . La ligne médiane séparant le ruban en deux parties égales reste globalement invariante, alors que pivote tout segment perpendiculaire à cette ligne, en particulier tous les points de ce segment, y compris celui qui est situé sur la ligne médiane : remplacer le segment par une petite barre métallique permet de mieux saisir le phénomène. Une représentation analytique convenable de cette ligne se doit d'exprimer cette rotation. Autrement dit, on attache à tout point de la ligne un ensemble (qui peut être multidimensionnel) de rotations. On peut alors étendre ce type de représentation à toute courbe, comme en particulier aux courbes périodiques habituelles, conduisant alors à des séries de Fourier sans doute plus pertinentes que les habituelles dans la représentation du monde physique.

Les fibres sont d'abord vues ici comme les traces, les trajectoires observées d'objets qui se déplacent. De telles fibres sont celles dont une évaluation de la «grosseur», de la dimension, est la plus faible, mais il y en a tant d'autres...

Chapitre 2

page 8

«Le Mont Sirius était célèbre. C'était l'endroit où, paraît-il, il fallait aller pour mieux comprendre les choses de ce monde. Et cela dans tous les domaines.»

Voilà qui pourrait donner lieu à de nombreux développements. Choisir le bon point de vue, s'y rendre, en tirer les conséquences est un exercice intellectuel des plus formateurs, et des plus utiles pour comprendre, voir différentes propriétés, et agir au mieux.

On reviendra sur ce point.

Apparaît ici la notion si importante de singularité (<http://arpam.free.fr/Sing.pdf>). Un cône est objet ayant une singularité, son sommet, un point. Une singularité d'un objet est totipente, c'est-à-dire qu'elle renferme toutes les formes d'expression de l'objet. Par exemple, dans le cas du cône, toutes les trajectoires que l'on peut faire en se déplaçant sur ce cône, cercles ellipses, etc, peuvent par déformation se réduire à ce point singulier par pivotement et glissement du plan de section.

Chapitre 3

Préparée, entre autres, par le philosophe et mathématicien du 17-18^{ième} siècle, Leibniz, défenseur de la continuité du mouvement («*la loi de continuité*» écrit-il), la technique d'étude faisant appel à la déformation ou «*succession insensible*» a été particulièrement promue au siècle suivant par le mathématicien Poncelet (cf le chapitre II de <http://arpam.free.fr/Chap.%20I,%20II,%20III,%20IV,%20AB.pdf>). Elle lui a permis d'apporter des développements nouveaux et importants à ce qu'on appelle l'étude des coniques, l'étude des sections de cônes par des plans.

Cette technique très féconde, également mise en avant par le savant du 18^{ième} siècle Roger Boscovich, est largement utilisée en topologie. Elle rencontre ses limites lorsque se produisent des phénomènes singuliers de bifurcation. Le mathématicien-physicien Cauchy, contemporain de Poncelet, est sans doute le premier à avoir attiré l'attention des «continuistes» sur l'imperfection de leur démarche.

Le philosophe chinois Lie tseu «naquit vraisemblablement vers 450 avant J.-C.» Il se serait sans doute bien entendu avec Leibniz et Poncelet. Je ne résiste pas au plaisir de citer l'article qu'il a écrit sur «Le Devenir» :

Yu Hiong dit : «Le devenir cyclique ne cesse jamais. Qui est capable d'appréhender les changements secrets du ciel et de la terre? Car, lorsque les choses diminuent d'un côté, elles augmentent de l'autre. Ici elles prennent pleine consistance, là elles se vident. Il y a épanouissement et décrépitude qui s'engendrent et meurent perpétuellement. Leur apparition et leur évanouissement sont liés par d'invisibles transitions. Qui y est attentif ?

Nulle part on ne voit la force augmenter d'un coup, la forme cesser brusquement (d'exister); c'est pourquoi on ne s'aperçoit ni de leur épanouissement, ni de leur évanouissement. Ainsi l'homme, de la naissance à la vieillesse, change chaque jour dans son aspect extérieur et dans ses aptitudes : peau, ongles et cheveux poussent et tombent continuellement. Il n'existe pas d'arrêt dans le changement d'aucun état. Mais les transitions sont imperceptibles. C'est seulement après qu'on les reconnaît.»

L'ellipse présente un défaut par rapport au cercle : sa «rotondité» n'est pas parfaite. Il lui manque quelque chose. Comme les Grecs anciens employaient le terme

ellipse pour désigner une insuffisance, Apollonius put désigner de ce nom cette courbe remarquable.

Chapitre 4

page 15

Le grand penseur dont il s'agit est bien sûr le grand géomètre grec, Apollonius de Perge (-262,-190), né en Turquie, mort en Egypte à Alexandrie, la capitale intellectuelle de l'époque. A son sujet, lire par exemple <http://www.math.ens.fr/culturemath/histoire%20des%20maths/htm/Vitrac/grec-8.html>.

page 16, 17& 18

On rencontre ici pour la première fois la notion de vitesse, sous une forme intuitive. Elle sera, plus tard, interprétée et codée en terme de vecteur, représentée par une flèche, ici par un ski de couleur jaune. La notion de vitesse est évidemment locale, bien précisée en chaque point d'une trajectoire. La remarque selon laquelle sont différentes les orientations des vitesses selon une fibre d'une part, selon une trajectoire qui coupe la fibre d'autre part, est mise à profit dans les études plus complètes des espaces (fibrés). Le terme «transversal» est utilisé pour désigner des espaces qui se rencontrent et se croisent franchement en leur domaine de rencontre (pas de parties tangentes l'une à l'autre).

page 19

Apparaît ici, de manière à nouveau intuitive, un autre élément descriptif important d'une forme : la courbure en chacun de ses points. On l'évalue à partir de trajectoires passant par ce point, et des accélérations que prennent les vitesses en ce point.

Est introduite enfin dans ce chapitre une notion très élémentaire de connexion, par l'intermédiaire d'éléments assurant la liaison des fibres entre elles, et qui sont génériquement en position transverse vis-à-vis des fibres. Leur courbure est également un élément important de description des formes.

Toutes les notions présentées dans ces chapitres, espace fibré, connexion, courbure, sont utilisées avec beaucoup de succès par les physiciens pour représenter et comprendre un peu ce qui se passe dans la cocotte de Soleil, pour décrire le rôle et les différents types de sous-particules qu'on y trouve, ainsi que la dualité électricité-magnétisme, maintenant comprise seulement du point de vue mathématique.

Lorsqu'on regarde localement les phénomènes, un fibré peut représenter une sous ou semi-particule, la connexion et sa courbure le champ de forces en son entour.

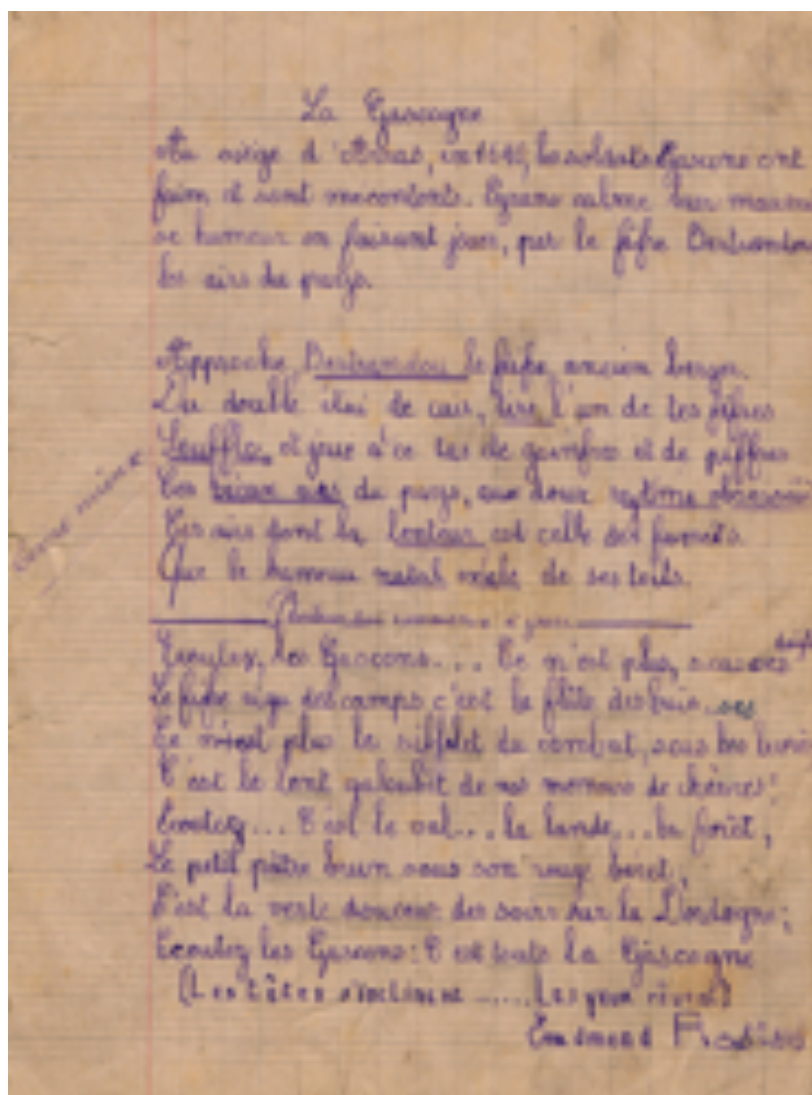
Chapitre 5

Page 21

Le tableau que l'on voit est une représentation allégorique du protecteur du peintre Guiseppe Arcimboldo, tableau exécuté en 1591 vers la fin de sa vie. Le protecteur n'est autre que l'empereur d'Autriche, Rodolphe II. On peut supposer que celui-ci ne manquait pas également d'humour.

page 22

Ah ! Cyrano de Bergerac ! tel est le titre de la fameuse pièce qu'Edmond Rostand écrivit en 1897. Souvenir d'enfance : je ne sais plus pendant combien de temps l'instituteur, Monsieur Poirier, m'a demandé, au début chaque jour, de réciter ces vers :



Je sais aujourd'hui qu'ils sont extraits de la scène III de l'Acte IV.

En ce temps-là, on fortifiait sa mémoire et on s'enrichissait en apprenant de belles récitations.

page 23

La définition finale de cône qui est donnée inclut bien sûr le cône habituel, puisqu'on peut adjoindre à un cône des qualificatifs qui en précisent des propriétés particulières. Cela dit, comme, le montrent les images chocolatées du chapitre 3, un cône à base circulaire est également un cône à base elliptique : la dénomination adoptée dépend de la section qui est privilégiée et choisie comme base.

Un cône général est lui-même une «montagne» très particulière, une «montagne» étant un fibré dont l'espace des sections comporte des singularités. Le terme «montagne» en ce sens a été introduit en 1976 dans une note au Comptes-Rendus (p. 654), mais la théorie n'y est pas développée.

page 24

Dans cette très vaste théorie où les dimensions topologiques et métriques peuvent être quelconques, l'hémipshère (la colline) est la «montagne» la moins escarpée, la singularité (le sommet de la colline) y est «douce», «dodue». Puis vient le cône porteur d'une singularité «pointue», et ensuite le «bicône» : il est formé par l'union de deux cônes dont les sommets sont distincts, mais partageant la même base, par exemple dans notre cas élémentaire circulaire ou elliptique. On peut alors étudier les sections du bicône par des plans. On peut entre autres rencontrer des sections comportant à la fois deux ellipses, soit une courbe du quatrième degré en termes réels, ou encore des sections comportant une ellipse et une parabole (chapitre 8), globalement donc une courbe du troisième degré en termes réels comme les courbes dites elliptiques standard.

Dans le texte apparaît un phénomène important de bifurcation : un point singulier, le centre d'un disque, éclate en deux points singuliers, les foyers. On peut imaginer des éclatements successifs de ces derniers.

On peut pareillement songer à l'éclatement du point singulier d'un cône, son sommet, en plusieurs points singuliers, par exemple deux, donnant naissance à un bicône.

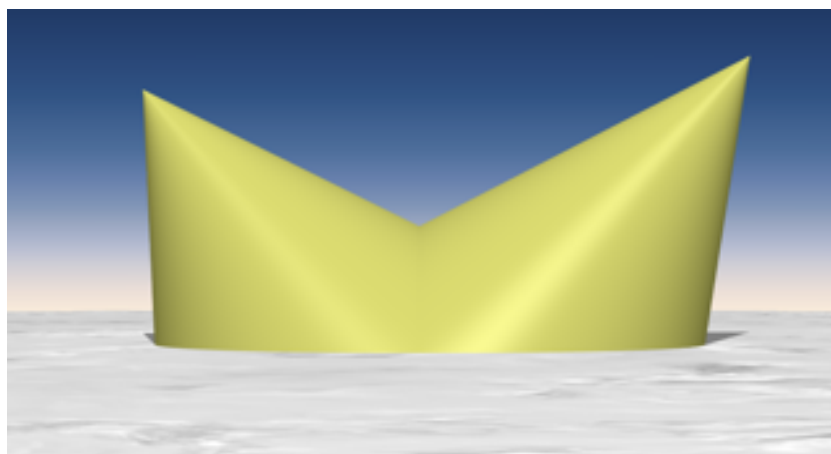


Illustration par Jos Leys

Cet éclatement final est sans doute le résultat physique d'un phénomène d'évolution interne de la masse montagneuse originelle, à l'intérieur de laquelle prennent naissance deux directions privilégiées de croissance (les axes des deux cônes), laquelle aboutit au bicône. L'éclatement a priori d'un sommet de cône en deux sommets est donc plutôt une vue a posteriori de mathématicien.

Chapitre 6

page 25

L'écrivain Robert Merle a écrit 13 volumes qui content avec beaucoup d'allant et d'humour l'histoire des Siorac père et fils, entre 1547 et 1661. Sauveterre, également personnage de fiction, est l'inséparable ami de Siorac père.

On trouvera le catalogue des oeuvres d'Anatoly Fomenko sur le site

<http://dfgm.math.msu.su/files/fomenko/myth-vved.php>

page 27

Sur la distance en tant qu'évaluation d'un travail cf le chapitre V, page 140-141, [Chap.V Prémisses de la géométrie : produits scalaires, longueurs ou formes quadratiques](#)

Alors que dans le chapitre 3, l'ellipse est définie comme section ad hoc d'un cône, on rencontre ici une autre définition classique de l'ellipse, comme lieu des points dont la somme des distances à deux points donnés reste constante.

Chapitre 7

page 29

Le peintre Salvador Dali (1904-1989) est une des figures marquantes du 20^{ème} siècle. Il est l'un des rares peintres à avoir eu une réelle sensibilité aux mathématiques. Il a, en particulier, été obsédé par les cornes de rhinocéros dont la forme conique est aussi liée à une suite de nombres fort connue sous le nom de suite de Fibonacci. On en trouve par exemple l'incarnation dans la disposition des fleurs de tournesol et des aiguilles de pin, lorsqu'on étudie la résonance magnétique entre spins du niobate de cobalt. Plusieurs des oeuvres de Dali, dont sa toute dernière, ont trouvé une part de leur inspiration dans les mathématiques contemporaines.

Le tableau présenté, intitulé *La Madone de Rafael à la vitesse maximum*, a été peint en 1954.

Céphaline ne pouvait donner à ses amis l'explication savante avancée par Dali lui-même :

«J'ai découvert dans Raphaël, on le voit très sensiblement dans le cou, dans la forme du cou, j'ai fait des analyses, tout est formé de même que ces angles, avec des cubes et des cylindres ; Rapahël peignait uniquement avec des galbes, des formes très semblables aux courbes logarithmiques qui sont présentes dans la corne de rhinocéros» (cqfd).

Le site de l'ESMA (European Society for Mathematics and the Arts) est www.math-art.eu .

page 30

Il a fallu attendre près de 1800 ans pour que les travaux des géomètres grecs sur les sections de cône trouvent leur application dans les sciences physiques, permettent de décrire avec exactitude les mouvements des planètes et des corps dans notre environnement solaire !

Par sa connaissance des propriétés de l'ellipse, mais grâce aussi aux progrès dans la fabrication des lunettes astronomiques et dans l'observation des mouvements des planètes, le savant Johannes Képler (1571-1630) a été le premier à établir le lien précis entre la forme de la trajectoire de la terre dans le ciel, et celle de l'ellipse.

Peu de temps après, Isaac Newton (1643-1727), établissant la loi évaluant la force d'attraction entre deux corps, obtint une explication de la présence de cette ellipse, et de celle du soleil en l'un de ses foyers.

L'essentiel du contenu de cette loi est exprimé de façon littéraire en fin du chapitre 10.

Le Colisée est un immense amphithéâtre de forme elliptique, construit entre 72 et 80. Il pouvait accueillir jusqu'à 75 000 spectateurs. Cf <http://fr.wikipedia.org/wiki/Colis%C3%A9e>



Reconstitution



Vue actuelle de nuit

pages 31 & 32

On est ici au coeur de notre sujet où apparaît le terme essentiel de stabilité. La stabilité a pour fille la symétrie. Elle se déploie, elle s'exprime en symétries.

Je renvoie à la page 49 du premier tome de Topologie et Perception <http://arpam.free.fr/DP.pdf>

La stabilité se déploie à partir de la singularité, qui est le centre germinal et organisateur de la forme.

Apparaît à nouveau le mouvement, à travers d'abord la déformation continue qui respecte les propriétés fondamentales de stabilité. On quitte le sol plat pour aller dans un espace plus étendu où les possibilités de transformations seront plus nombreuses. Ce mouvement est créatif : une forme nouvelle prend naissance, le cône. Il y a conservation d'une infinité de symétries par rapport aux plans verticaux passant par l'axe du cône. Mais cette élévation a un coût : il se traduit par la cassure en deux de chacun des axes de symétrie rectilignes du disque plan. Bien que situées dans le même plan de symétrie du cône, ces moitiés pendent maintenant de chaque côté du sommet du cône, qui, originellement, occupait le centre du disque. On peut dire, comme les physiciens, qu'un phénomène de brisure de symétrie a accompagné la naissance d'une nouvelle forme.

On a dû se contenter ici de ne prendre en considération que la forme la plus simple d'élévation au-dessus du centre du disque. Par ailleurs, pour les besoins d'une première approche qui se doit d'être limitée, en dehors des notions élémentaires de rayon et de cône de lumière, aucun autre phénomène lumineux lié au disque et au cône, réflexion, réfraction, ombre, n'a pu être présenté, et encore moins exploité pour approfondir un peu la connaissance des propriétés des cônes et coniques.

Il y a encore brisure d'une symétrie interne ou bifurcation, quand, par suite d'un mouvement interne souvent peu accessible, le point singulier originel éclate en deux autres points singuliers.

Là encore, des propriétés nouvelles ou qui étaient cachées se révèlent. On voit ici la puissance et le réalisme de la méthode, du procédé qui consistent à opérer par déformation insensible, mais en allant plus loin que Lie tseu et Poncelet, en prenant en compte le poids impérieux des considérations de stabilité.

page 33 & 34

Les déductions qualitatives qui sont faites méritent naturellement d'être infirmées ou confirmées par d'autres considérations causalement bien établies. Je ne sais pas si quelqu'un a dans le passé employé le même discours que Kangourou pour en déduire l'une des propriétés caractéristiques de l'ellipse et qui lui sert également

de définition, au même titre que d'autres. J'ai noté en tout cas avec plaisir, dans la référence donnée au chapitre 3, que le grand, rigoureux et sévère Cauchy s'était satisfait du même genre d'argument pour évaluer l'aire de l'ellipse.

Chapitre 9

page 39

«Folie» est un terme architectural qui désigne ici un petit bâtiment à vocation artistique et intellectuelle. La folie donc, dénommée la coiffe d'Apollonius, fait partie avec neuf autres d'entre elles d'un ensemble architectural codifié sous le nom de projet ARPAM. On en trouve la description sur le site de l'ESMA www.math-art.eu.

Chapitre 10

pages 34 & 35

Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica : paru en en 1687, ce traité de Newton (1643-1727), excellent mathématicien et physicien, donne les fondements de la mécanique dite classique, celle des planètes et des machines au sein du système solaire.

L'une des trois lois fondatrices est ici rappelée en termes littéraires.

Newton s'appuie entre autres mais principalement sur les travaux de Képler et de Galileo Galilée (1564-1642). Également mathématicien et expérimentateur de premier plan, on considère celui-ci comme le fondateur de la physique. Il élabore la loi de la chute des corps et contribue à fonder la dynamique. En s'opposant à la vieille théorie d'Aristote qui faisait de la terre immobile le centre du monde, il entre en conflit avec l'Eglise catholique de l'époque qui le condamnera. *Epure si move*, a-t-il écrit. On peut se demander s'il pensait seulement à la Terre ...

Gometz-le-Chatel, le 21 Décembre 2012

QUELQUES CONCEPTS & TERMES SIGNIFICATIFS

En gras, des concepts majeurs. Pour chaque terme, est indiquée simplement la page où il apparaît pour la première fois. Aucune définition formelle n'est donnée. La compréhension de la signification du terme reste intuitive, elle se renouvelle, s'éclaire et s'approfondit au fil des pages.

Base : Chapitre 1, page 6

Bifurcation : Notes historiques, page 54

Cône : Chapitre 1, page 5 (cône de lumière)

Connexion: Chapitre 4, page 20

Courbure : Chapitre 4, page 19

Déformer (déformation) : Chapitre 3, page 11

Disque : Chapitre 1, page 4

Éclater (éclatement) : Chapitre 7, page 33

Ellipse : Chapitre 3, page 14

Energie : Chapitre 1, page 4

Espace : Chapitre 1, page 5

Espace fibré : Chapitre 1, pages 4, 5 & 6

Fibre (fibration) : Chapitre 1, pages 3, 4 & 5

Foyer : Chapitre 7, page 30

Hémisphère : Chapitre 1, page 6

Hyperbole : Chapitre 9, page 44

Ligne de niveau : Chapitre 4, page 16

Longueur : Chapitre 6, page 27

Parabole : Chapitre 8, page 37

Section (termes équivalents : tranche, découpe) : Chapitre 4, page 15

Singularité : Chapitre 2, page 9

Symétrie : Chapitre 3, page 13

Stabilité : Chapitre 4, page 20

Transversale (transversalement) : Chapitre 4, page 18

Vitesse : Chapitre 4, page 17

REMERCIEMENTS

L'auteur remercie vivement **Anatoly Fomenko** et **Dmitri Kozlov** qui ont accordé leur autorisation à la reproduction de leurs oeuvres, **Patrice Jeener** pour son dessin insolite, et **Jos Leys** qui a consacré tant d'heures à la création de belles illustrations.