Conférence Mairie du Ve

20 Mars 2018

Sur l'Incarnation des Idées-Mères dans les Œuvres d'Art

C.P. Bruter
bruter@me.com

Il est fort connu que certains mathématiciens aiment les canulars, mais apprécient également, comme la plupart des physiciens et des artistes du monde visuel, les vertus de la symétrie. Aussi commencerai-je cet exposé par ce prologue à la Dali :

Mesdames, Mesdemoiselles, Messieurs   Messieurs, Mesdemoiselles, Mesdames

Sans aucun doute trouvez-vous cette entrée en matière, non seulement quelque peu cavalière, mais également singulière, provocatrice, c'est-à-dire en quelque sorte extrémiste. Autant que la notion de symétrie, celles de d'extrémalité et de singularité vont occuper une place significative dans cet exposé.

Symétrie, extrémalité, singularité font partie de ce que j'appellerai des idées-filles, ce qui sous-entend qu'existent des idées-mères. Leur descendance est nombreuse. Idée-mère est une appellation pertinente introduite par le grand mathématicien du siècle dernier Arnaud Denjoy [2]. Idée-mère est une notion que Pascal désignait parfois sous le vocable de principe [5]. Le philosophe John Locke [4], ses contemporains, ou Einstein [3], employaient l'expression «Idée simple» ou de « concepts primaires ». Le mathématicien et organisateur de la victoire, Lazare Carnot [1], les voyait, en 1797, sous la forme d' « idées primitives, qui laissent toujours quelque nuage dans l'esprit, mais dont les premières conséquences, une fois tirées, ouvrent un champ vaste et facile à parcourir. »

Trois d'entre elles sont fondamentales: la stabilité, l'énergie, le mouvement. Ce sont la stabilité et son premier corollaire, la symétrie, qui retiendront d'abord notre attention.

Trois idées-mères

Stabilité   Energie   Mouvement

Trois Idées-filles

Symétrie   Extrémalité   Singularité

La symétrie est assurément fille de la stabilité. Pas d'équilibre sans symétries internes. C'est la raison pour laquelle la symétrie est présente, plus ou moins cachée, plus ou moins riche, dans toutes les œuvres de la nature, et donc dans leurs représentations, artistiques ou autres.

La symétrie primitive, archaïque, simpliste, brutale est celle d'ordre 2, elle règne en physique fondamentale (par exemple entre particule et antiparticule), elle imprègne tous les règnes successifs puisqu'ils ont tous pour soubassement le règne physique. Dissimulée dans le caractère ambiguë qui accompagne et marque bien des objets et des évènement de ce monde, on peut la considérer comme un universel dans la nature.

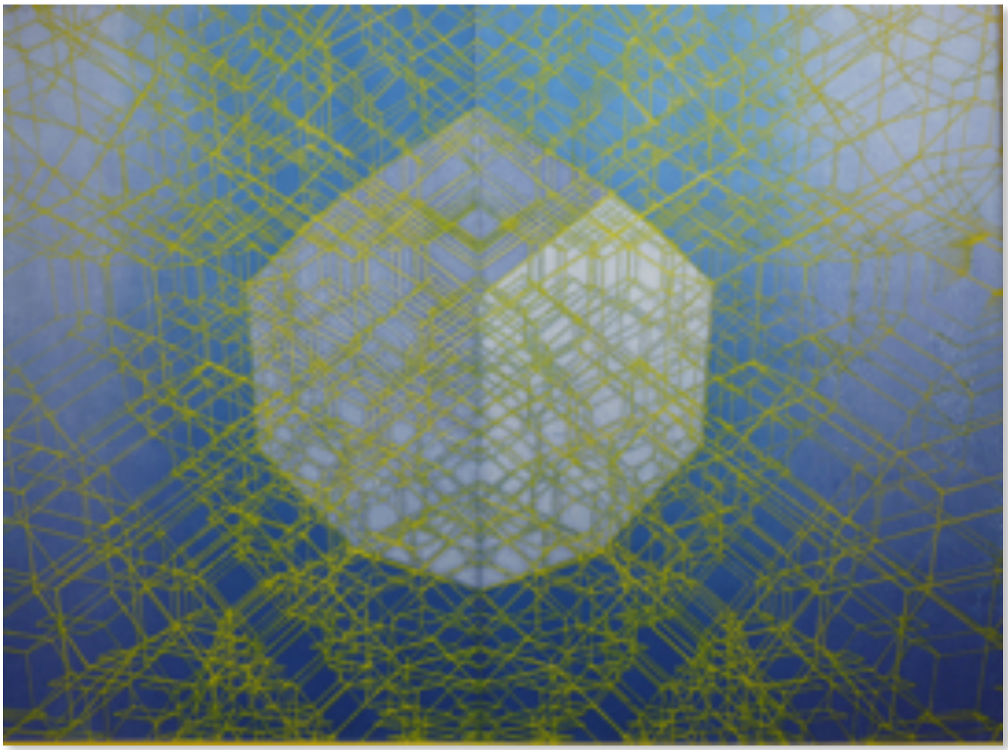
Dans le domaine des arts, on la rencontrera bien sûr de manière la plus crue dans les œuvres associées aux représentations des objets les plus proches du monde physique, comme par exemple les polyèdres, mais également dans tout l'art architectural, dans tout l'univers décoratif, dans tout l'art de la joaillerie.

Voici d'abord un premier exemple très ancien, une gravure sur ivoire datant de 18 000 ans. On aperçoit immédiatement une symétrie horizontale d'ordre 2, et une symétrie verticale également d'ordre 2.

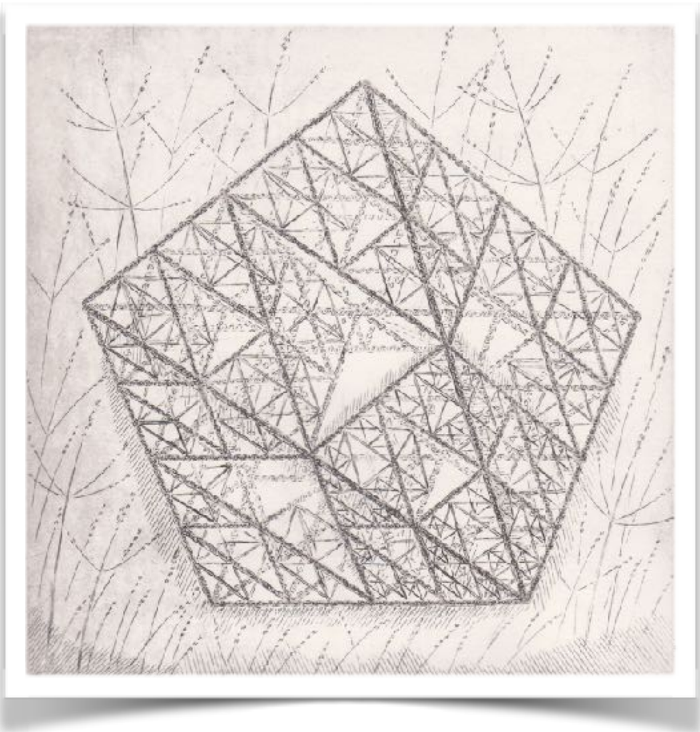
Gravure sur ivoire datant de 18 000 ans, près du lac Baïkal

On pourra, au Louvre, découvrir ce magnifique bas-relief assyrien :

Les exemples sont infinis, car les nombres sont en quantité infinie. Et il y a au moins autant de types de symétries que de nombres entiers. Voici quelques autres exemples puisés dans le monde la géométrie habituelle qualifiée d'euclidienne, où l'on voit des symétries d'ordre 2 ou plus élevé.



Mylène Poenaru. Réseau d'octaèdres tronqués. Vue d'artiste, 1972



Patrice Jeener. Pentatope fractal. 2017

Tzalie Temel. Dessins pour joaillerie, vers 1935

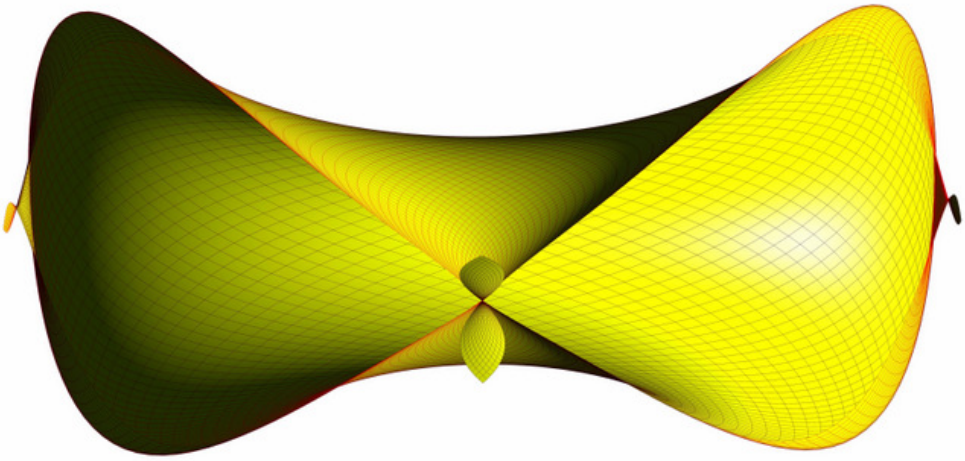
Symétrie d'ordre 8 **symétries d'ordre 1 x 5, 2 x 5, 3 x 5**

Patrice Jeener. Fleurs été 2017

[(x^2+y^2)^8-4*(x^5-10*x^3*y^2+5*x*y^4)^3+2*(x^2+y^2)^5*(x^5-10*x^3*y^2+5*x*y^4)]^2-4*(x^2+y^2)^15-

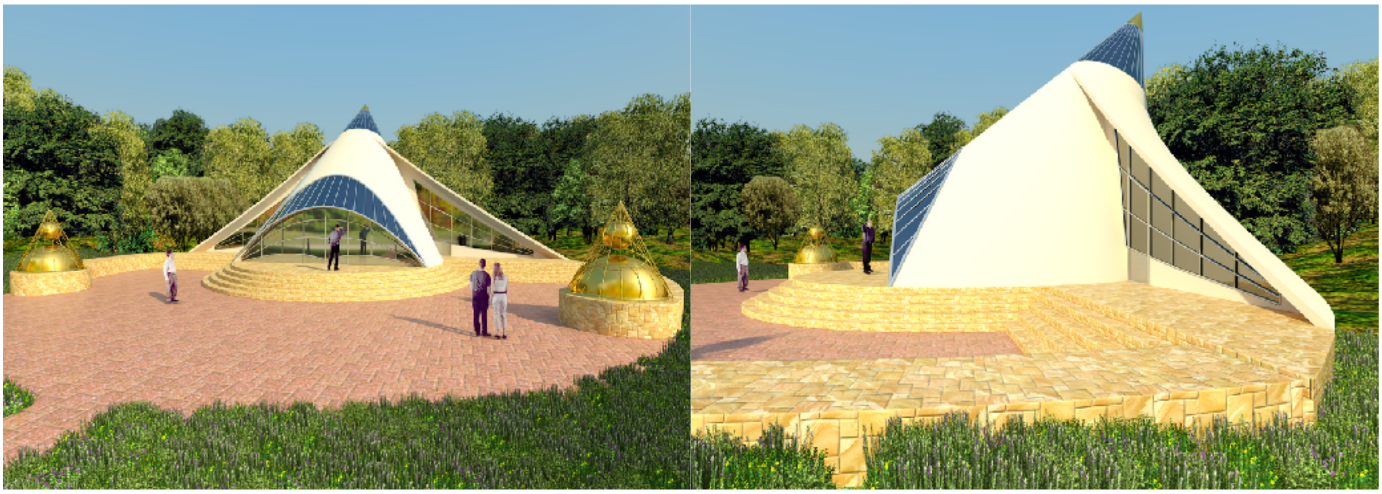
-100*(z^3-x^2-y^2)^2=0

David Brander. Chapeau chinois

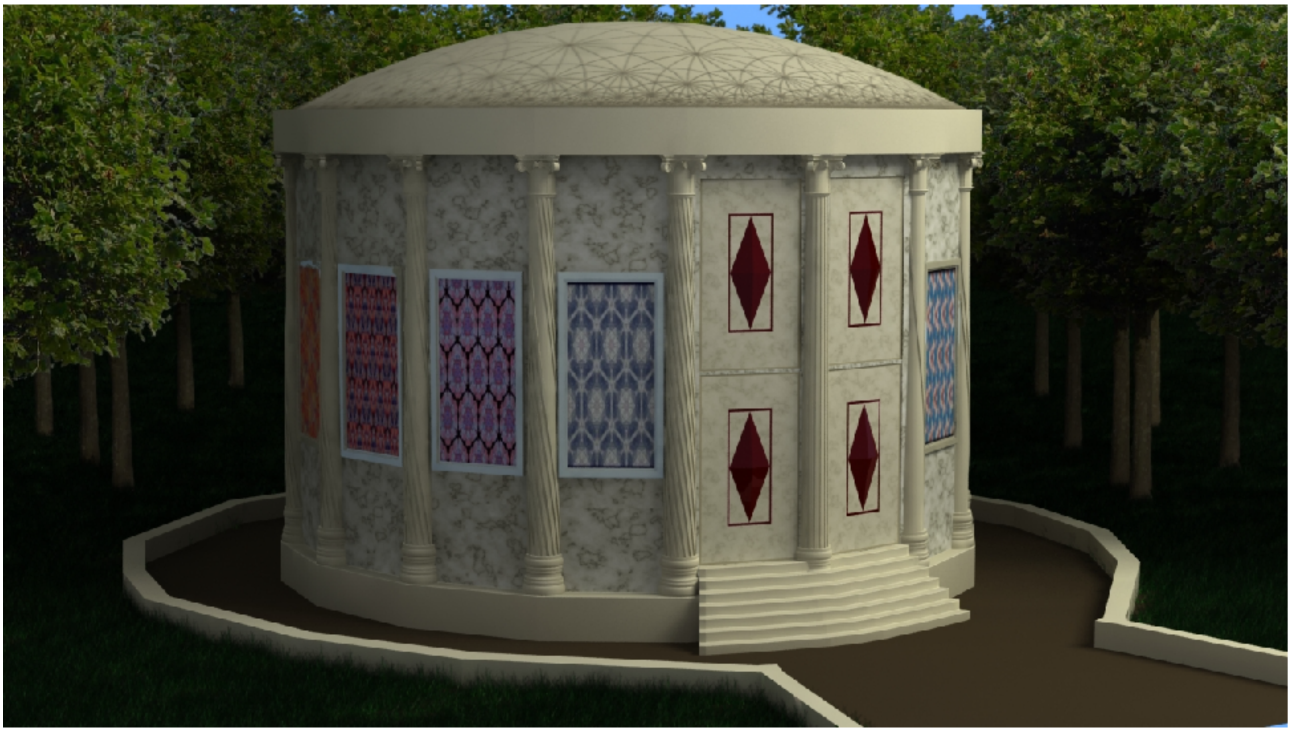


David Brander. Nœud papillon

David Brander. Épingle



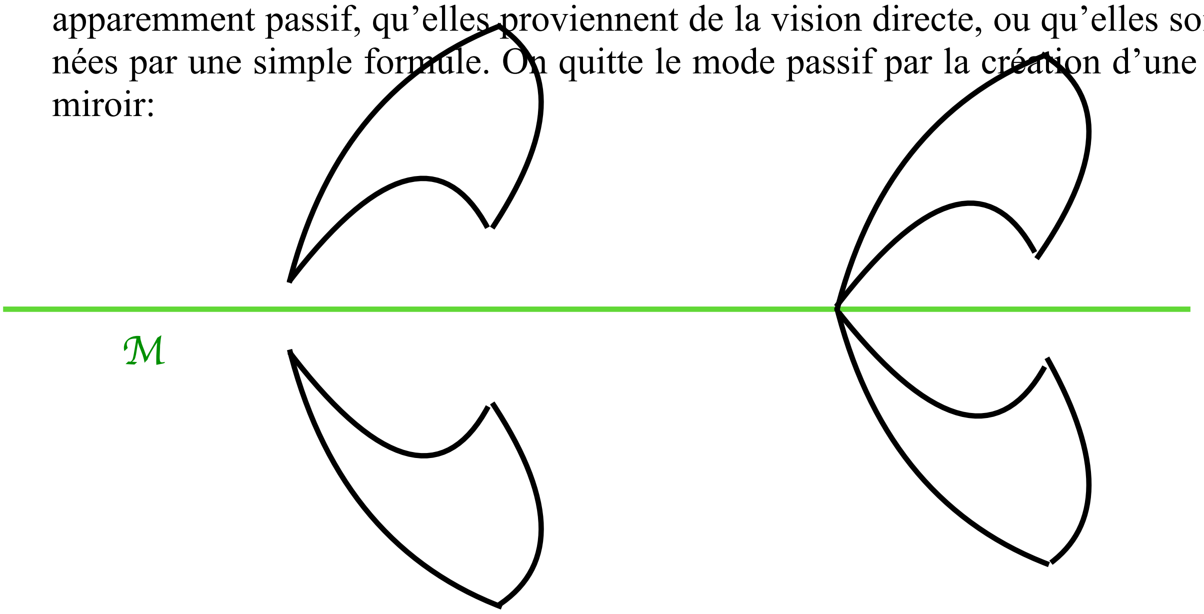
Bruter-Kozlov. La Coiffe d'Appolonius



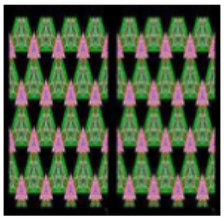
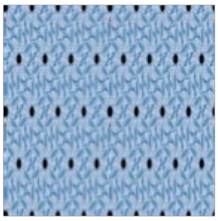
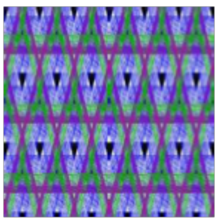
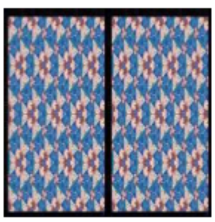
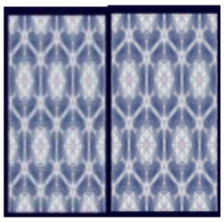
Le septième temple

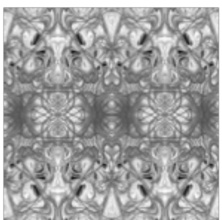
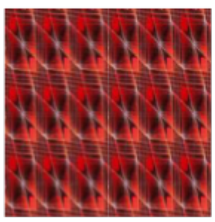
Un mot sur ces petits bâtiments appelés des folies en termes architecturaux. Ils font partie d’un ensemble de dix folies, définies et décorées par des mathématiciens, illustrant des concepts et des faits mathématiques, entourées de sculptures ayant les mêmes qualités et situées dans un parc à la Versailles, où l’on peut se promener tout en contemplant ces folies, et admirer leurs propriétés esthétiques: un parcours initiatique reposant à l'orée de l'univers fabuleux et inattendu des beautés mathématiques. Un tel parc n'existe pas encore dans toute sa plénitude, mais une version du projet, adaptée aux conditions locales, va bientôt s'élever dans la capitale moscovite (www.mathpark.ru). La présence parmi nous de cinq architectes russes en porte témoignage.

Revenons aux représentations précédentes qui, toutes, se situent dans un cadre apparemment passif, qu'elles proviennent de la vision directe, ou qu'elles soient données par une simple formule. On quitte le mode passif par la création d'une symétrie miroir:



elle autorise la mise en route d'un processus dynamique d'assemblage entre un motif donné et son symétrique. Lorsqu'on peut le répéter, on crée ainsi ce qu'on appelle des *pavages* comme ceux qui ornent les murs extérieurs de la folie dénommée le septième temple.

http://www.math.uh.edu/~mike/ag/art.html

La création d’un pavage est donc le résultat d’un processus stable par excellence puisqu’un motif invariant, l’invariance est la forme suprême de la stabilité, est répété de façon similaire, éventuellement à l’infini.

Cette création par un processus stable a été généralisée par les mathématiciens, sans qu’ils soient véritablement conscients, surtout dans le passé, que leurs procédés relevaient de ce concept de stabilité.

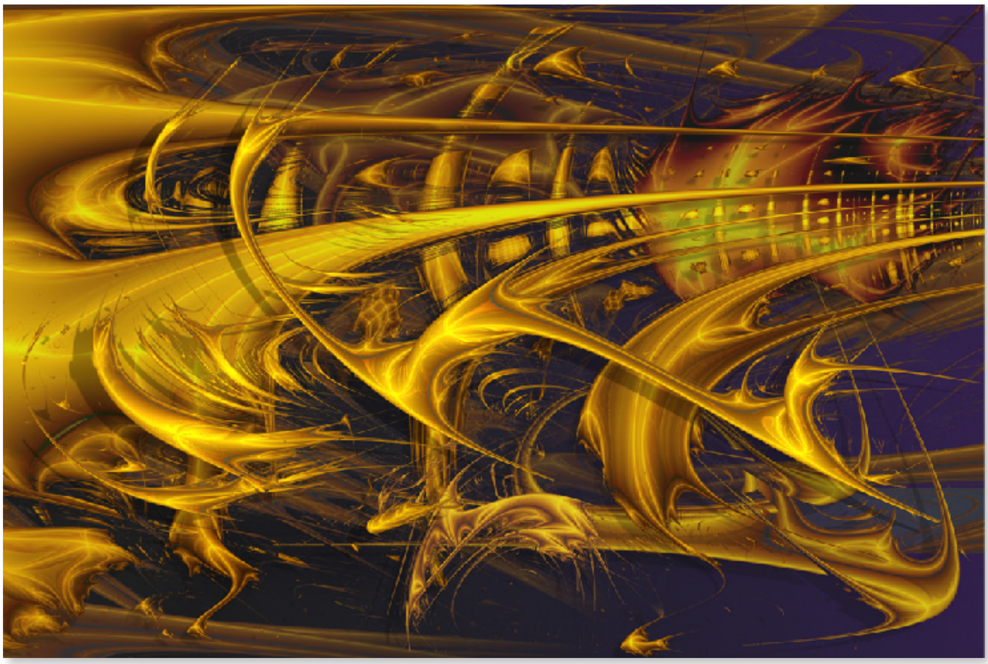
L’histoire prend notamment corps avec la traduction numérique de l’assemblage géométrique de deux figures identiques, l’addition de deux quantités égales, et plutôt qu’égales je dirai, plus généralement, de même signification. La stabilité de ce que représente le 1, celle de la possibilité d’assemblage incarnée par le +, font que vous pouvez également fabriquer non seulement 1 + 1, mais aussi 1 + 1 + 1, et ceci à l’infini.

S’est donc consolidé ici un processus qu’on désigne par le vocable de récurrent. Pouvoir répéter, à l’infini peut-être, une même démarche, un même procédé, seule la stabilité du mécanisme assure la pertinence de la démarche et la validité du résultat.

Par exemple si tout panda engendre deux pandas, il y aura donc évidemment apparition, à la génération 1 qui suit celle de ce premier panda, 2 pandas. À la seconde génération, chacun des deux pandas précédents engendrant lui-même deux pandas, on sera en présence de $2 \times 2 = 4 = 2^2$ pandas nouveaux. et à la troisième génération, chacun des 4 lapins engendrant lui-même deux pandas, viendront naître $2 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 = 8 = 2^3$ pandas, etc, à la centième génération 2^{100} pandas. De la sorte, le nombre total de pandas qui auront été créés au bout des $n+1$ générations sera de $1 + 2 + 4 + 2^3 + 2^4 + \ldots + 2^n = 2^{n+1} - 1$. Le premier fait qualitatif est là: ce nombre total explose.

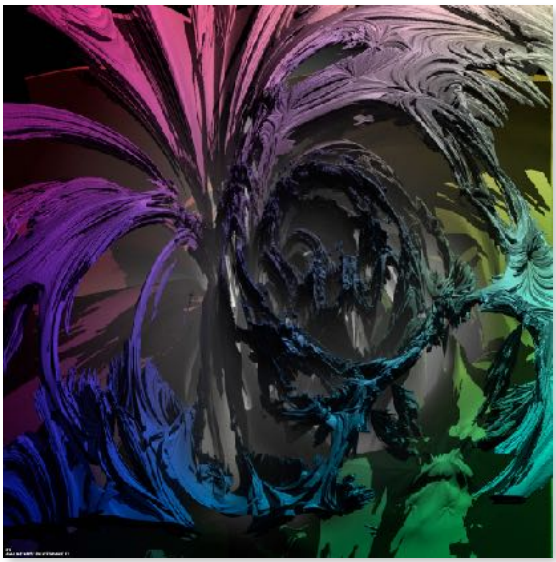
C’est d’abord l’expérience pratique qui, répétée, ritualisée, a fini par suggérer que l’on pouvait passer d’une étape à la suivante par l’ajout, non plus maintenant exactement de la même exacte quantité, mais d’une fraction de celle-ci, constante dans un premier temps. C’est dans cet esprit que sont en fait construits les développements dits en série et de Taylor et qui témoignent du principe de stabilité.

On a en particulier étudié l’évolution de populations animales par ajouts d’individus selon un processus d’engendrement stable. Ces études débouchent sur des représentations géométriques et des créations artistiques comme par exemple celle-ci, où le fin talent du programmeur et l’œil sensible du peintre ont su habilement fondre dans les teintes cuivrées différentes courbes d’évolution de ces populations:



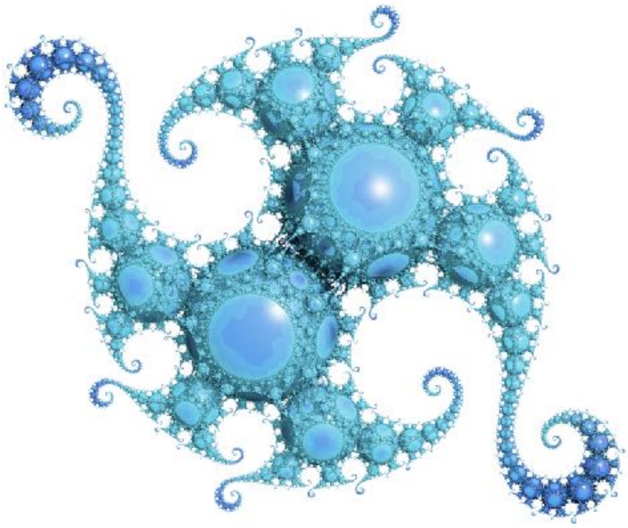
Luc Bénard. Cuivres et ors Symphonie concertante

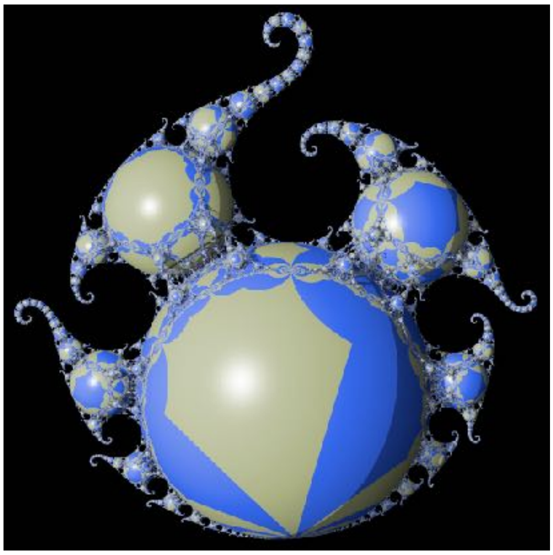
La construction de tous les objets du monde dit fractal est naturellement une forme d'expression de cette stabilité. On y examine l'état final d'une situation originelle dont l'évolution est régie par un mécanisme stable, et même invariant. Un motif global contient alors en son intérieur une infinité de motifs du même type, mais de taille de plus en plus réduite (c'est le phénomène d'auto-similarité). C'est par ce procédé qu'est par exemple obtenue l'image suivante:



J.-F. Colonna. Naissance fractale

Il existe plusieurs procédés qui donnent l'impression de fractalité. C'est le cas par exemple du remplissage complet d'un disque par un motif donné, en l'occurrence d'autres disques de tailles plus petites. Certes, pour accomplir ce remplissage, c'est toujours la même transformation réductrice[1] que l'on emploie pour passer d'un motif à un motif voisin plus petit.





Jos Leys. Deux surfaces kleiniennes: rêveries tentaculaires et les clowns jumeaux. 2017

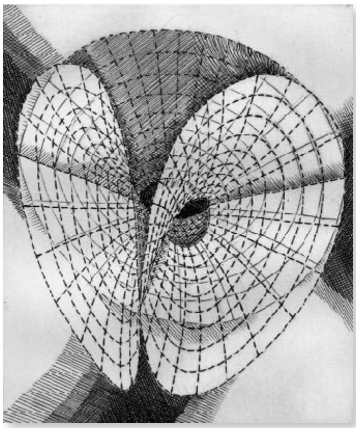
On rencontrera tout à l'heure le mécanisme physique de la réflexion successive d'images entre miroirs sphériques conduisant également à un spectacle fractal fascinant.

Abordons maintenant l'idée-fille d'extrémalité puis celle de sa cousine inséparable la singularité.

En gros, pour assurer, espèrent-ils, leur stabilité, les objets ont tendance à se placer dans des positions, dans des situations présentant des caractères d'extrémalité, déterminées, fondamentalement, par l'état énergétique dans lequel ils se trouvent. Tout tend à se faire, à se construire, à se maintenir à dépense d'énergie moindre. Ainsi, l'examen de la physique des bulles de savon ou autres, montre que la création de leur forme s'accomplit en minimisant l'énergie nécessaire à leur maintien. La forme est alors celle d'une surface dite minimale dont la théorie a été développée par les mathématiciens.

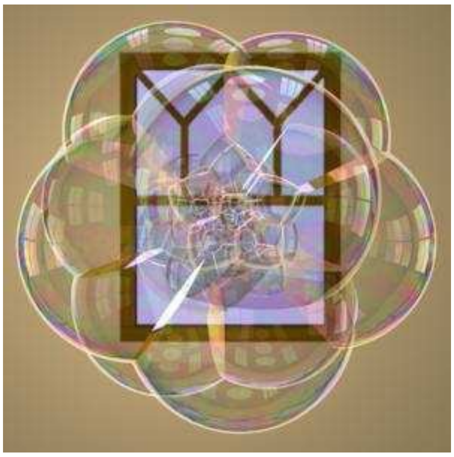
Voici des images de surfaces associées à la notion d'extrémalité : la surface minimale à la chouette est, sur le plan mathématique, une surface originale créée par le graveur Patrice Jeener.

[1] Cette transformation, dite homographique en France, souvent dénommée de Möbius chez les anglo-saxons, a été introduite par Euler (voir *Notices of the AMS*, 54, 8, 2007, 58-59). On devrait donc l'appeler la transformation d'Euler.

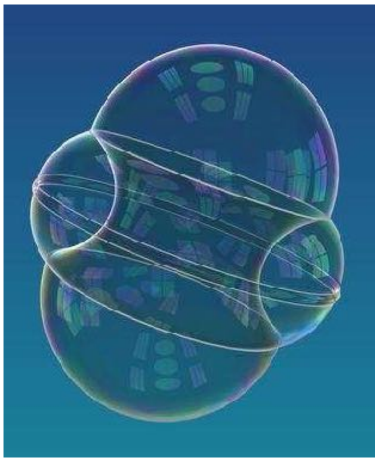


Patrice Jeener. Surface minimale à la chouette

On admirera les qualités de transparence et de lumière qu'a su rendre l'excellent mathématicien John Sullivan dans cette représentation du polyèdre de l'espace à quatre dimensions désigné sous le nom de 120 cells. Depuis Vermeer, quelqu'un a-t-il fait mieux ?



John Sullivan. 119 Bubbles



Double Bubble Trouble

Lorsque nous examinons un objet, un visage, de manière à minimiser à la fois le temps d'observation et la dépense d'énergie, notre regard se déplace de points en points, chaque point étant associé à une singularité morphologique de l'objet, du visage. La position extrême qu'atteint la bille tombant au fond du vase est unique, la zone de contact de la bille avec le fond du vase est si petite qu'on peut la représenter par un point, un point dit singulier.

De façon générale, le lien est très intime entre stabilité, extrémalité et singularité.

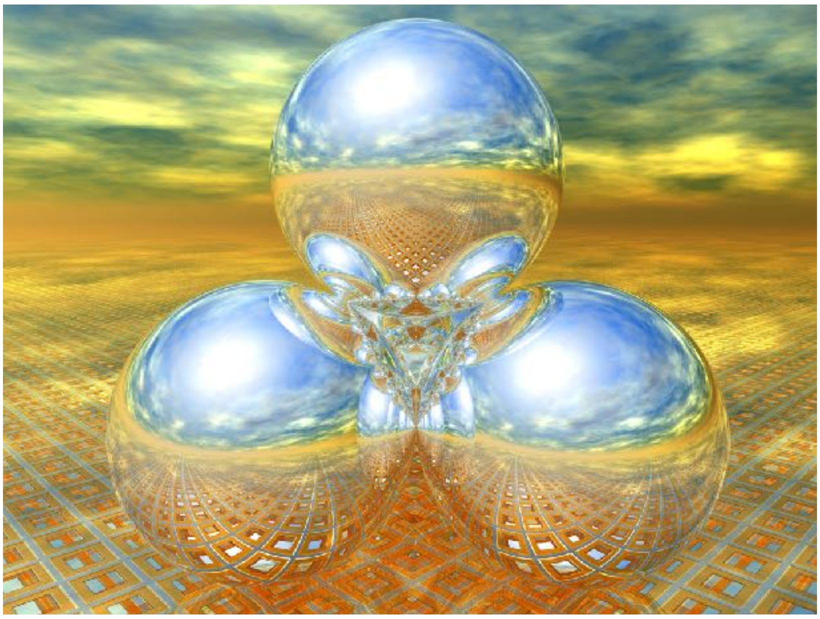
Sur terre par exemple, on connaît des lieux et des milieux extrêmes. En nos deux pôles, nord et sud, en ces points singuliers, on ne saurait monter plus haut, ni descendre plus bas. Y parvenir serait quitter notre terre, entrer dans une nouvelle ère, accomplir une métamorphose, sur les plans physique et physiologique, technologique, au niveau des connaissances. Une telle métamorphose nécessiterait alors le concours de facteurs appartenant aux divers règnes de la nature.

Ce que l'on entend souligner ici est, à nouveau et en premier lieu, la présence des éléments singuliers par lesquels transitent les métamorphoses.

En voici un nouvel exemple emprunté à la métaphore mathématique. Je voudrais remercier ici Jos Leys d'avoir bien voulu créer les petites vidéos que nous allons commenter.

Les géomètres nous apprennent qu'existent, en géométrie habituelle, seulement trois types de surface remarquables, et dont l'apparence est courbée:

- en premier lieu les surfaces rondes comme les ballons, les billes, les miroirs sphériques, surfaces dont on dit qu'elles ont une *courbure totale positive*.



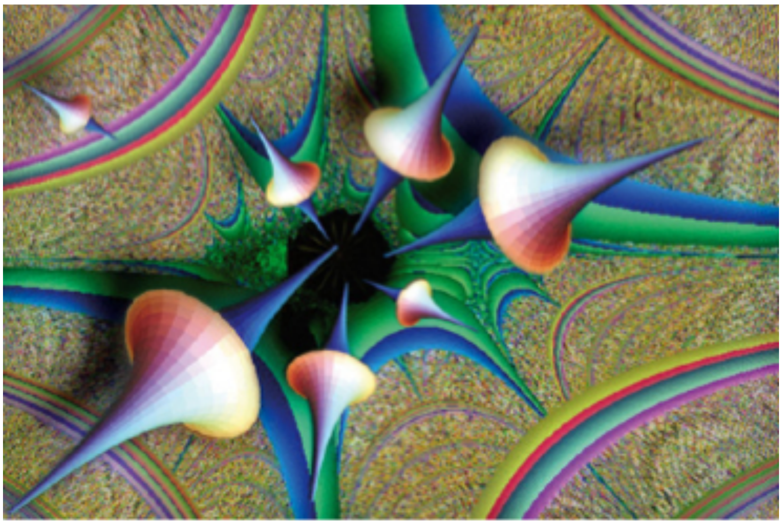
Luc Bénard. Bassins de Wada

L'exemple parfait de surface mathématique ronde est évidemment la *sphère*. Voici un autre exemple de surface qualifiée de *sphérique* puisque sa courbure totale est positive:

David Brander. Étoile

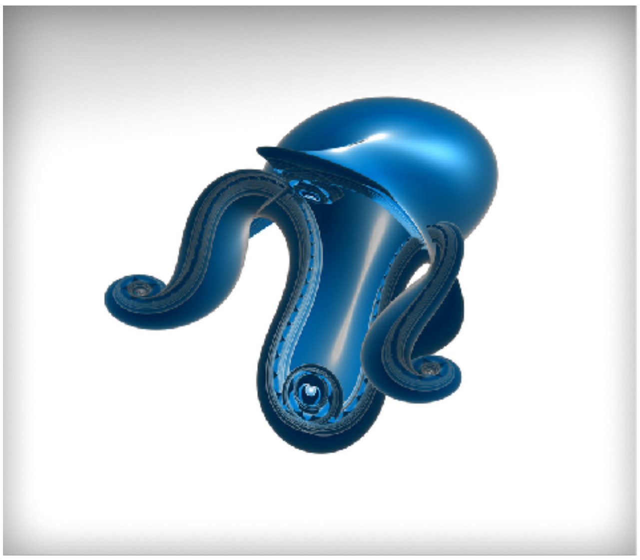
- Puis ensuite les surfaces anti-rondes comme les pavillons des trompettes, les champignons et plantes de même forme, surfaces dont on dit que leur *courbure totale est négative*.

L'exemple parfait de surface mathématique anti-ronde est appelée la *pseudo-sphère*, c'est celle dont on voit une moitié ci-dessus, ou de manière complète sur ce tableau:



Jean Constant. Evasion de M

Voici une autre surface de courbure totale négative, donc appelée *pseudo-sphérique*:



David Brander. Complexity

Il y a enfin le troisième type de surfaces, celles à moitié rondes et à moitié antirondes, dont la *courbure totale est donc nulle.*

La surface de la bouée salvatrice est un exemple typique d'une telle surface. Nous devons au talent artiste des pâtissiers l'invention et la création d'un nombre varié de ce qu'on pourrait appeler des bouées gourmandes.





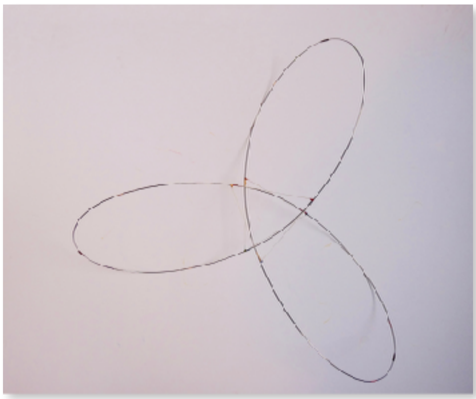

En mathématiques, on les appellera des tores géométriques[2] triviaux. Voici deux tores décorés par des artistes mathématiciens. Le premier est un tore trivial décoré par Jos Leys. L'âme du second est noué à la manière d'un nœud marin, dénommé le nœud de trèfle car il présente trois pans, trois feuilles.

Jos Leys

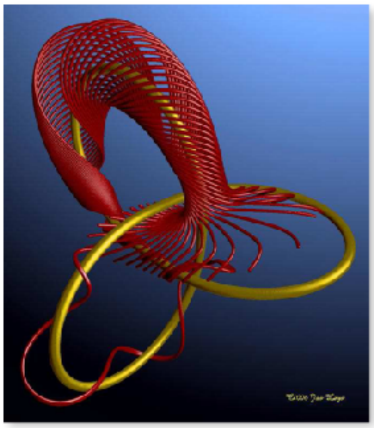
Dominique Ribault

[2] L'emploi du terme géométrique sous-entend que sont prises escompte dans la définition de l'objet toutes les distances entre ses différents points. Les topologues n'en ont cure. Un tore topologique est pour moi un fibré en sphères topologiques S^1 sur un nœud.

Pour un mathématicien, un *nœud* est un morceau de fil infiniment mince, tortillé ou on, appelé une portion de courbe, et dont les extrémités sont soudées. Voici deux exemples d'un tel nœud de trèfle:



Philippe Rips. Nœud de trèfle métallique



Jos Leys. Anosov rouge

S'enroulant sur un tore géométrique trivial est le premier d'une série infinie de nœuds qui possèdent cette même propriété et qu'on appelle des nœuds toriques.

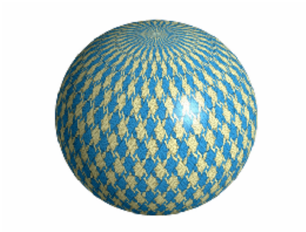
La forme des tores ont inspiré les sculpteurs comme ici l'artiste slovène Franc Davnik:

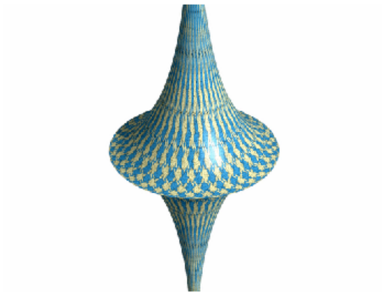
Franc Savnik. Evasiveness
(120 triangles équilatéraux, bronze poli)

et notre compatriote Philippe Charbonneau:

Philippe Charbonneau. Trois tores en réflexion, 2016

Nous sommes donc en présence de trois géométries fort distinctes, représentées par ces trois surfaces: la sphère à gauche, au milieu le tore, la pseudo-sphère à droite.



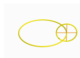


Images de Jos Leys

Des géométries, des objets donc bien distincts, le tore au milieu faisant apparaître un trou alors que les deux autres surfaces peuvent être petit à petit diminuées en taille jusqu'à prendre l'apparence d'un point sans que jamais un trou n'apparaisse.

On peut pourtant s'interroger: existerait-il un processus, une sorte de métamorphose, qui permettrait de passer d'une géométrie à une autre ?

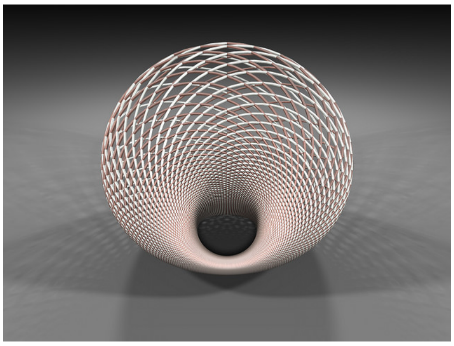
Si vous le voulez bien, regardons d'abord ce premier petit film:



http://www.math-art.eu/Exhibitions/Mairie_V_2018/QuickTime/Alex_01.mov

Bruter-Leys

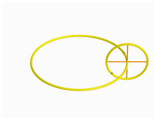
1. Nous voyons d'abord un procédé d'engendrement du tore: un grand cercle dans le plan horizontal reste fixe, appelons-le le *cercle de base*. Un petit cercle, dans le plan vertical, appelé le *cercle fibre*, accomplit une rotation de 360 degrés en restant centré sur le cercle de base. Cette rotation engendre le tore bleu.
2. Dans une deuxième étape, on fait le choix d'un cercle fibre, nous l'appellerons la fibre choisie, puis nous déformons le tore initial en diminuant petit à petit la taille du cercle associé à la fibre choisie. On appelle ce tore ainsi déformé une cyclide de Dupin, comme celle-ci, construite par Francesco De Comité:



Francesco de Comite. Cyclide de Dupin

3. En poursuivant ce processus, on parvient à la situation extrême où le rayon du cercle de la fibre choisie devient nul. Ce cercle est devenu un point singulier, et le tore est devenu lui-même singulier d'une espèce particulière.
4. Mais l'évolution de l'objet se poursuit. Un nouveau phénomène apparaît, il s'agit de l'éclatement soudain du point singulier en deux points singuliers symétriques qui, l'un et l'autre, partent toujours symétriquement vers l'infini: cet éclatement correspond à la métamorphose rapide du tore en la pseudo-sphère !
5. Cette pseudo-sphère est parfaitement symétrique, elle ressemble à deux corps de trompette assemblés, c'est pourquoi je l'appelle aussi une pseudo-trompette !
6. Le déroulement de la vidéo n'est pas terminé: le mouvement de création de la pseudo-sphère devient réversible: nous sommes ici dans la fiction, car atteindre l'infini comme d'en revenir est seulement le propre du rêve mathématique.

Nous pouvons maintenant revoir notre vidéo, pour mieux assimiler les étapes de la métamorphose, et découvrant avec joie son environnent musical chaleureux et cuivré, qu'un rustre nous avait caché.



http://www.math-art.eu/Exhibitions/Mairie_V_2018/QuickTime/Alex_01_Haydn.mov

C'est sans doute le moment d'ouvrir ici une petite parenthèse. La mathématique, science d'observation, science de représentation, science d'explication, peut, par sa généralité d'incarnation, être également comprise comme une vaste métaphore. Elle nous est présentée d'abord accompagnée de symboles élémentaires parmi lesquels ces dessins bien connus que sont les lettres et les chiffres. Tous ces dessins peuvent être assemblés en ce qu'on appelle des formules. On peut voir ces formules, ces assemblages complexes, également comme des symboles, enrobés de mystère, et que l'on s'efforce de déchiffrer. Ils prennent alors sens, en particulier, chaque fois que l'on parvient à les incarner dans le monde visuel, sous la forme d'objets matériels, des petites sculptures, des dessins, des images, fixes ou animées.

Serait-il alors possible des tirer quelque enseignement des spectacles, de la suite d'évènements géométriques que nous avons vus défiler sur la vidéo précédente ?

Elle nous a montré en particulier que le phénomène de la métamorphose s'accomplit en présence de situations et d'objets singuliers, associés à des propriétés d'extrémalité, où s'opèrent des changements extrêmement rapides et des dépassements au moins partiels des états précédents.

Or si l'on retrace l'évolution du mouvement artistique, on constate la présence de phénomènes analogues. L'artiste d'exception, est celui qui, pouvant s'appuyer sur des connaissances et des techniques novatrices provenant des autres industries et qu’il peut lui-même prolonger, ou bien affinant à des degrés inconnus jusqu’alors des techniques plus anciennes, ou bien par les qualités exceptionnelles de l’un ou plusieurs de ses sens, de son intellect, offre les voies d’un dépassement des œuvres réalisées jusqu’à lui. Il est rapidement suivi d’une cohorte d’admirateurs, de fidèles: il fait école et contribue à faire évoluer voire à changer le regard de la société, sinon certaines même de ses conceptions.

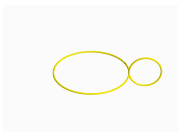
Convenons d’appeler art, toute activité humaine d’excellence dans un domaine particulier, et artiste toute personne exerçant une telle activité. Quelle peut être la signification du mouvement artistique qui englobe alors tant les architectes, les musiciens, les peintres, les hommes de lettres que les mathématiciens et les savants de toute discipline ?

Ils atteignent dans le façonnage de leurs œuvres les limites actuelles des capa cités humaines au sein de cette globalité qu’est la société dans son ensemble. Comme les singularités sur le tore ou la sphère, ils annoncent le déploiement organique de cette société en une forme originale où s’exprimeront et se concrétiseront les potentialités techniques et intellectuelles que recèlent leurs œuvres ou qu’ils ont déjà pu mettre en évidence dans certaines d’entre elles, qui deviennent ainsi et également des symboles de cette évolution.

N’avons-nous pas le sentiment d’aborder sinon de traverser une période nouvelle, de métamorphose dans l’histoire du monde vivant. On peut naturellement s’interroger: quel joyau inattendu de la Nature jaillira alors de cette chrysalide humaine dont on croit percevoir les premières craquements ?

Bien difficile certes de répondre à pareille question, sans doute un peu trop générale, et cela d’autant plus que les voies de la métamorphose peuvent être multiples. Une seconde vidéo qui conclura cette exposé nous le montrera en effet.

Voici donc cette seconde vidéo où une autre déformation du tore apparaît:



http://www.math-art.eu/Exhibitions/Mairie_V_2018/QuickTime/Tore_PS_05_cut.mov

À nouveau Merci, Jos !

Entrons dans sa lecture:

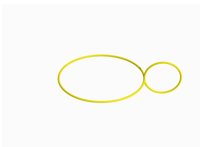
1. Nous voyons à nouveau un procédé d’engendrement du tore voisin du précédent: nous retrouvons d’abord ce grand cercle fixe dans le plan horizontal, le *cercle de base*. Un petit cercle, dans le plan vertical, le *cercle fibre*, accomplit une rotation

de 360 degrés en s'appuyant cette fois-ci sur le cercle de base. Cette rotation engendre à nouveau le tore bleu.

2. Dans une deuxième étape, nous déformons petit à petit le tore initial en diminuant la taille du cercle de base.
3. Jusqu'à parvenir en une situation extrême: le rayon du cercle de base atteint la valeur nulle, le cercle de base est devenu un point, un point singulier ! Le tore initial est devenu un tore singulier d'une espèce particulière, différente de la précédente.
4. Mais l'évolution de l'objet ne s'arrête pas là. Un nouveau phénomène apparaît, l'éclatement du point singulier en deux points singuliers symétriques qui s'écartent et font gonfler l'objet, le font apparaître comme une sphère parfaite: la métamorphose du tore en la sphère s'est accomplie !
5. Poursuivons: les deux points singuliers nord et sud s'échappent soudainement à nouveau de la sphère, une seconde métamorphise prend corps, ils partent chacun de leur côté, vers l'infini, alors que le grand cercle équatorial de la sphère reste invariant. Atteignant enfin cet infini imaginé, notre objet est devenu la pseudo-sphère !Comme il faut un temps infini pour atteindre l'infini, Jos a imaginé un pavage de la pseudo-sphère par des couples de tortues en quelque sorte antisymétriques: ils symbolisent à la fois les deux points singuliers, et la lenteur avec laquelle on pourra les atteindre lorsqu'ils seront si loin de nous.
6. Par la magie de la technique, nous pouvons revenir continûment à la situation initiale.

A travers l'examen des modes de constitution des sphères et des tores à partir de nœuds triviaux ou non, on pourra se livrer à une comparaison entre les deux métamorphoses, se pencher sur leurs incarnations possibles dans les mondes physique et biologique.

Pour terminer cet exposé, revoyons cette dernière vidéo en continu et complète, une surprise[3] nous attend:

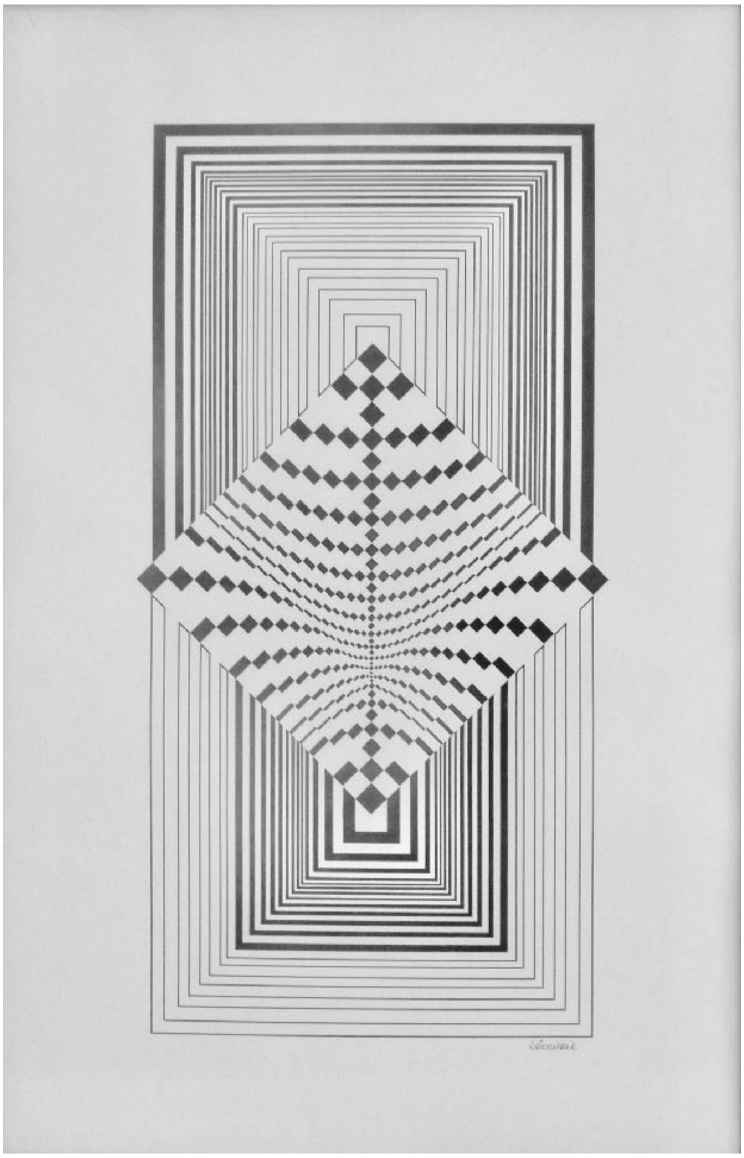


http://www.math-art.eu/Exhibitions/Mairie_V_2018/QuickTime/Tore_PS_05_son.mov

Merci, Noémie Combe[4], pour cette magnifique improvisation !

[3]Le grand cercle jaune fixe devient maintenant un anneau en or. Le petit cercle jaune, par rotation autour de de son axe perpendiculaire au cercle jaune engendre une sphère, dont l'intérieur est ce que nous appelons une boule. À son tour déformée, la boule devient un polyèdre, une pierre précieuse taillée, un rubis.

[4] Noémie Combe, mathématicienne, attachée de recherche et d'enseignement à Paris 6, joue du violon depuis l'âge de 3 ans.



Comment préciser ce que semblent partager les images de la vidéo précédente et cette œuvre de Léo Weil, présente à l'exposition en salle Capitant ?

Références

[1] Lazare CARNOT Réflexions sur la Métaphysique du Calcul infinitésimal, Blanchard, Paris 1970, (p.4)

[2] Arnaud DENJOY Hommes, Formes et le nombre, Blanchard, Paris, 1964 (p.77)

[3] Albert EINSTEIN par exemple Conceptions scientifiques morales et sociales, Flammarion, Paris, 1952 (p.69)

[4] John LOCKE Essai Philosophique concernant l'Entendement humain, Vrin, Paris, 1972 (Chapitre II, p.75)

[5] PASCAL Pensées, Editions du Rocher, Monaco, 1961 (pp. 336-338)